珞珈数学

2006.6

总第13期

主办：武汉大学数学与统计学院
承办：数学与统计学院基地班联谊会

▲
法国里尔一大访问我院

▲
法国格勒诺布尔一大访问我院

▲
杰出校友陈善广报告会

▲
齐民友教授报告会

田刚院士报告会
▼

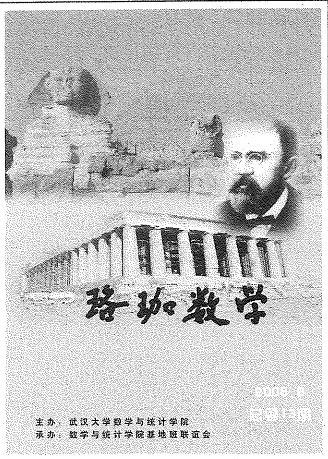
卷 首 语

齐民友

学数学是为了什么？很难有一个答案。因为各种不同的答案其实都是互相交叉的。但是，大体上有两种：一是为了某个实际的目的。这不一定不好。例如学习某个其它学科需要一点数学知识。我们有针对性地学习有关数学知识，这是很正常的。也就是说，把数学当作一块敲门砖，这不是不可以，问题在于敲什么样的门。大家都在批评应试教育，好像责任全在学校和教师，这就很不公平。我们都看到有的人就是为了混一个什么才来学数学，甚至‘动机’很不怎样，难道也怪应试教育吗？也还有另外一种学数学的人。目的应该说是很高尚的：为了祖国和人民，为了进一步探索科学真理，等等。还有许多很复杂的情况，不可一概而言。更不能简单地用好坏二字划分。

但是有一个比较简单的划分方法：有一种情况是：把现有的教材学到能OK就行了。另一种情况，就是还需要或者自己感到有一种要求，要多懂一些，多学一些，也希望自己能参与创造进一步的知识。现在提出建设创新型国家，这里有许多政策性质，经济性质的问题，对于一个学校里的学生，教师，似乎有一点距离。但是，把学校生活，把学数学的过程，变成更充满活泼的创造气氛，是我们共同的愿望。只有这样，才能做到多懂一些，多学一些，自己也能参与数学的创造。而且也在大学里生活的更充实一些，更愉快一些，更有意思一些。创造有三种境界：创造的欲望，创造的磨炼（说句大家听起来可能有点烦的话，做习题是最简单也最不可少的磨炼，数学不是看懂的是算懂的），创造的愉悦。希望**《珞珈数学》**这个刊物能在这方面满足读者。

现在很流行一种“傻瓜书”，例如WINDOWS XP傻瓜书，英文就是WINDOWS XP for dummies。特点就是，规定要记忆的几条，背得下来，就叫做学会了。对于傻瓜书也不能一概否定。例如，如果有人要学一点线性代数，目的就是例如一门什么课程，出现了矩阵记号。这样，找来一本线性代数for dummies就能满足要求。问题在于有一些书，有一些教材，本来并不是傻瓜书，而有丰富的内涵，可是把它当作傻瓜书来读，也是常见的事情。总的特点就是，完全不需思考。所以现在也有反对傻瓜书的网站。希望**《珞珈数学》**这个刊物能帮助读者们，学会不把很好的课程或者好书当作傻瓜书来读，学会把数学作为一门充满创造精神的科学来体验，享受。



今天我以基地班为荣，
明天基地班为我骄傲！

刊名题词：路见可
名誉顾问：陈　化　尹常倬
指导老师：吴蜀江　黄安云
　　　　　李　好　周　宁
主　　编：胡　雪
副 主 编：郑　燕
编　　委：魏　博　陈晓艺
　　　　　朱　杰　张　驰
　　　　　莫兴波　梅昱菡
　　　　　席　栋　谢大军
　　　　　谢　玲　宋　娜
封面设计：陈晓艺
排　　版：张　璐
主　　办：数学与统计学院
承　　办：数学基地班联谊会

承　　印：武汉新新彩印制版有限责任公司
电　　话：027-82437110
　　　　　027-82437015

虽然不允许我们看透自然界本质的秘密，从而认识现象的真正原因，但仍可能发生这样的情形：一定的虚构假设足以解释许多现象。数学这门科学，需要观察，还需要实验。

——欧拉

几何弃，王者之道。

——欧几里德

目　录

WHAT IS THE POINCARé CONJECTURE?

——The statement of the Poincaré conjecture

At the beginning of the 20th century, Henri Poincaré was working on the foundations of topology — what would later be called combinatorial topology and then algebraic topology. He was particularly interested in what topological properties characterized a sphere.

Poincaré claimed in 1900 that homology, a tool he had devised and based on prior work of Enrico Betti, was sufficient to tell if a 3-manifold was a 3-sphere. In a 1904 paper he described a counterexample, now called the Poincaré sphere, that had the same homology as a 3-sphere. Poincaré was able to show the Poincaré sphere had a fundamental group of order 120. Since the 3-sphere has trivial fundamental group, he concluded this was a different space. This was the first example of a homology sphere, and since then, many more have been constructed.

In this same paper, he wondered if a 3-manifold with the same homology as a 3-sphere but also trivial fundamental group had to be a 3-sphere. Poincaré's new condition, i.e. "trivial fundamental group", can be phrased as "every loop can be shrunk to a point".

The original phrasing was as follows:

Consider a compact 3-dimensional manifold V without boundary. Is it possible that the fundamental group V could be trivial, even though V is not homeomorphic to the 3-dimensional sphere?

Poincaré never declared whether he believed this additional condition could distinguish the 3-sphere, but nonetheless, the statement that it does has come down in history as the Poincaré conjecture. Here is the standard form of the conjecture:

Every simply connected closed (i.e. compact and without boundary) 3-manifold is homeomorphic to a 3-sphere.

(From www.answers.com)

编者按： 这篇数学美文是学习部的征文，是一篇读了女数学家传记后的读后感，相信男同学读后会有所触动，女同学读后会更加坚持。

她在云端奔跑

——读女数学家柯瓦列夫斯卡娅

04信计 刘阳

1850年1月15日，随着一声长长的啼哭，俄国陆军中将克鲁柯夫斯基家中，又诞生了一个女孩。父母为她取名索菲。

也许是从祖父——一位天文学家和数学家那里继承了优秀的因子，少年的索菲在接受家庭教育时，就已显露出非凡的数学才能。深爱女儿的父亲对此又忧又喜，他骄傲于女儿的聪慧，也深知深奥的数学对于一个娇弱的女子，意味着怎样的艰辛与沉重。

小索菲在父母呵护下出落成亭亭的少女，渴望上大学深造的她，却被无情的现实煎熬着——俄国所有的高等学府拒绝妇女走进课堂。辗转反侧了无数个夜晚，索菲终于做出了一个决定——到西欧求学去，无论付出多么大的代价。父母竭力反对女儿的一意孤行——“你是一个女孩啊！”倔强的索菲强忍着泪水，不舍却坚定地走出了家门。1868年9月，她与一位莫斯科大学毕业的古生物学者，以“假结婚”的方式去了向往已久的德国，她为自己改名索菲·柯瓦列夫斯卡娅。

没有人理解索菲的坚持，可她不在乎众人的言语，她一次次地恳求海德堡大学，最终获准进校听课，手捧着自己的听课证，从不肯轻易哭泣的索菲，在那一刻却泪如雨下。

海德堡满足了她对知识的渴望，在那里，索菲了解到19世纪德国数学家，被誉为“现代分析之父”的魏尔斯特拉斯的成就，“到柏林大学去，我要在这位数学泰斗的指导下工作！”望着窗外灿烂的星空，索菲激动得彻夜难眠。

于是1870年8月的一天，年届55岁的柏林大学教授魏尔斯特拉斯的办公室里，站着一位俄国女子。她用缓慢而清晰的德语，恳切而坚决地要求教授收她做学生。魏尔斯特拉斯深知探索数学世界不能只凭热情，这位善良而又严格的学者，出了一堆用来考查自己高材生的题目让索菲去做。也许在他心里，并没有期望会得到解答，然而仅仅一周以后，索菲又来到办公室，递上了一份厚厚的答卷。教授的脸上写满了惊异，面前的索菲，安静、恬然，眼中弥漫着期许，浑身透露着自信。读完最后一行证明，老教授摘下眼镜微笑着说：“从此以后，我可以为你单独授课。”

在柏林的4年，索菲不仅学完了所有正规大学的课程，而且写出了3篇数学论文。那段像海绵一样汲取知识的日子里，她前所未有地快乐着。1874年，德国数学研究中心——哥廷根大学授予她“最高荣誉博士”学位，她成为历史上第一位女数学博士。那一年，索菲刚满24岁。

我常常想象索菲那时的样子，她捧着厚厚的书行走在绿草如茵的校园里，裙裾轻摆，笑靥如花。她的幸福像冰淇淋一样在太阳下甜蜜地融化着。

然而苦难似乎总要与天才纠结，索菲的灾难接踵而至——她带着满腔的热情回到俄国，却因为偏见而无法找到一个职业；1883年4月，丈夫因陷于一桩诈骗投机案而含冤自杀，突如其来的噩耗又如晴天霹雳，撕碎了索菲的心。她把自己关在屋子里，4天没有进一口汤水，多亏医生的抢救才恢复过来。默默拭去泪水，坚强的索菲挺过了命运给她的劫难。一位朋友邀请她到斯德哥尔摩大学去任教，那被压抑了太久的才华的光芒，终于在这一刻耀眼地迸发而出——经过坚持不懈的努力，索菲终于被选为正教授。一位妇女能在数学这块男子世袭领地中取得如此成就，这一消息轰动了瑞典。在斯德哥尔摩，“我们的索菲教授”几乎成了家喻户晓的名字，成千上万的父母为自己的女儿起名索菲。

对一位真正的科学家来说，荣誉不是目的，更不是一切。柯瓦列夫斯卡娅开始向一百多年来未解决的数学难题——刚体绕定点转动问题进军。法兰西科学院已近3次悬赏，要给在该问题中有所突破的人颁发“鲍廷奖金”。1888年，当新的悬赏再一次被宣布时，索菲的论文已经寄到了巴黎。学术委员会评审时一致给予论文以盛赞，决定授予她“鲍廷奖金”。整个欧洲科学界都为之轰动，她成为第一位登上科学院领奖台的女子。在一批正直的学者促进下，1889年11月，俄国科学院物理学部正式推举索菲·柯瓦列夫斯卡娅为通信院士，这是历史上第一个获得科学院院士的女性。但是，沙皇政府仍然不肯让她回到祖国工作。1890年的冬天，就在从俄国回瑞典的途中，索菲受了风寒并由此引发了肺炎，从此一病不起。1891年2月10日，伟大的女数学家带着无限的遗恨，长眠于异国的土地上。

轻轻合上打开的书，我起身走向窗前。九月的风已经微微有了些寒意，窗外残阳如血，归来的燕子盘旋在金色的光泽下，我的思绪仍停留在属于索菲的那个世界。斜倚窗边突然静静想起，那年的索菲也是同我一般大的女孩吧，是什么力量让一个18岁的女孩，可以顶住父母的压力，以自己的婚姻幸福为赌注，踏上了异国求学的漫漫之路？是什么力量让一个33岁的女性，背负着丈夫含冤逝世的不幸，吞下了才华被轻视的辛酸与屈辱？又是什么力量，让本可以功成身退，靠荣誉而精致生活的她，用那种十年磨一剑的信念，为寻求真理而不畏一路披荆斩棘？

其实她大可不必如此生活的。出身中将家庭的她，完全可以花朵似的出现在交际场的觥筹交错里，跌落于灯红酒绿的温情中；几乎已成为瑞典偶像的她，也完全有资本靠头衔骄傲富足一辈子。然而智者之所以为智，伟人之所以受人顶礼，也都是尽于此吧！19世纪，当一个女子选择了数学并决心为之奉献一生的时候，就注定要走上一条不仅是苦心智，劳筋骨，更要以幸福和生命为代价的坎坷之路。是索菲，让“女人不能当院士”成为俄国科学院的耻辱；是索菲，让数学曾经洋洋不可一世的男性史册，从此一笔一划刻下了一位女子的名字。（转下页）

编者按：借百年数学难题庞加莱猜想被证明之际，本期尽数风流先为大家带来关于庞加莱的文章，然后接11期《珞珈数学》上未完待续由新武侠小说开山鼻祖梁羽生所写的《华罗庚传奇》，本期我们登出下半部分。

十九世纪后期的领袖数学家——庞加莱

昂利·庞加莱是法国数学家，1854年4月29日生于南锡，1912年7月17日卒于巴黎。

庞加莱的父母亲都出身于法国的显赫世家，几代人都居住在法国东部的洛林。庞加莱从小就显出超常的智力，他智力的重要来源之一是遗传。他的双亲智力都很高，他的双亲又可追溯到他的祖父。他的祖父曾在拿破仑政权下的圣康坦部队医院供职，1817年在鲁昂定居，先后生下两个儿子，大儿子莱昂·庞加莱即为庞加莱的父亲。

庞加莱的父亲是当地一位著名医生，并任南锡大学医学院教授。他的母亲是一位善良、才华出众、很有教养的女性，一生的心血全部倾注到教育和照料孩子身上。庞加莱叔叔的两个儿子是法国政界的著名人物：雷蒙·庞加莱于1913至1920年间任法国总统；吕西·庞加莱曾任法国民众教育与美术部长，负责中等教育工作。

庞加莱的童年主要接受母亲的教育。他的超常智力使他成为早熟的儿童，不仅接受知识极为迅速，而且口才也很流利。但不幸的事发生了：五岁时患了一场白喉病、九个月后喉头坏了，致使他的思想不能顺利用口头表达出来，并成为一位体弱多病的人。尽管如此，庞加莱还是乐意玩耍游戏，喜欢跳舞。当然，剧烈的运动他是无法进行。

庞加莱特别爱好读书，读书的速度快得惊人，而且能对读过的内容迅速、准确、持久

（接上页）

“我爱数学”——当年索菲站在魏尔斯特拉斯面前用德语说出的四个字，震撼了1870年的海德堡，震撼了1888年的法兰西科学院，也最终驯服了桀骜轻狂的俄国。

而那些在前行道路上受到的伤痛，那些饮恨行走的白天，那些含泪度过的夜晚，那些不公与屈辱交织出的暴风骤雨——也都在这一句话里，被索菲无悔地吞咽了吧！

这样的女子，可以让我感叹，滂沱，长揖不起。终于开始相信，原来总有一些人，他们坚守着自己的梦想，他们执著着艰辛的跋涉，他们以自己的方式轻蔑了苦难，黯淡了洪荒——他们的奔跑与路无关。

我相信世人眼中深奥乏味的数学，在索菲的心里，一花一世界，一沙一天堂。

地记住。他甚至能讲出书中某件事是在第几页第几行中讲述的！庞加莱还对博物学发生过特殊的兴趣，《大洪水前的地球》一书据说给他留下了终身不忘的印象。他对自然史的兴趣也很浓，历史、地理的成绩也很优异。他在儿童时代还显露了文学才华，有的作文被老师誉为“杰作”。

庞加莱1862年进入南锡中学读书。初进校时虽然他的各科学习成绩十分优异，但并没有对数学产生特殊的兴趣。对数学的特殊兴趣大约开始于15岁，并很快就显露了非凡才能。从此，他习惯于一边散步，一边解数学难题。这种习惯一直保持终身。

1870年7月19日爆发的普法战争使得庞加莱不得不中断学业。法国战败了，法国的许多城乡被德军洗劫一空并被德军占领。为了了解时局，他很快学会了德文。他通过亲眼看到的德军的暴行，使他成了一个炽热的爱国者。

1871年3月18日，巴黎无产者举行了武装起义，普法的反动派又很快联合起来扑灭了革命烈火，庞加莱又继续上学了。1872年庞加莱两次荣获法国公立中学生数学竞赛头等奖，从而使他于1873年被高等二科学校作第一名录取。据说，在南锡中学读书时，他的老师就誉称他为“数学巨人”。高等工科学校为了测试他的数学才能还特意设计了一套“漂亮的问题”，一方面要考出他的数学天才；另一方面也为了避免40年前伽罗瓦的教训重演。

1875年～1878年，庞加莱在高等工科学校毕业后，又在国立高等矿业学校学习工程，准备当一名工程师。但他却缺少这方面的勇气，且与他的兴趣不符。

1879年8月1日，庞加莱撰写了关于微分方程方面的博士论文，获得了博士学位。然后到卡昂大学理学院任讲师，1881年任巴黎大学教授，直到去世。这样，庞加莱一生的科学事业就和巴黎大学紧紧地连在一起了。

庞加莱的研究涉及数论、代数学、几何学、拓扑学等许多领域，最重要的工作是在分析学方面。他早期的主要工作是创立自守函数理论(1878)。他引进了富克斯群和克莱因群，构造了更一般的基本域。他利用后来以他的名字命名的级数构造了自守函数，并发现这种函数作为代数函数的单值化函数的效用。

1883年，庞加莱提出了一般的单值化定理(1907年，他和克贝相互独立地给出完全的证明)。同年，他进而研究一般解析函数论，研究了整函数的亏格及其与泰勒展开的系数或函数绝对值的增长率之间的关系，它同皮卡定理构成后来的整函数及亚纯函数理论发展的基础。他又是多复变函数论的先驱者之一。

庞加莱为了研究行星轨道和卫星轨道的稳定性问题，在1881～1886年发表的四篇关于微分方程所确定的积分曲线的论文中，创立了微分方程的定性理论。他研究了微分方程的解在四种类型的奇点(焦点、鞍点、结点、中心)附近的性态。他提出根据解对极限环(他求出的一种特殊的封闭曲线)的关系，可以判定解的稳定性。

1885年，瑞典国王奥斯卡二世设立“n体问题”奖，引起庞加莱研究天体力学问题的兴趣。他以关于当三体中的两个的质量比另一个小得多时的三体问题的周期解的论文获奖，还证明了这种限制性三体问题的周期解的数目同连续统的势一样大。这以后，他又进行了大量天体力学研究，引进了渐进展开的方法，得出严格的天体力学计算技术。

庞加莱还开创了动力系统理论，1895年证明了“庞加莱回归定理”。他在天体力学方面的另一重要结果是，在引力作用下，转动流体

的形状除了已知的旋转椭球体、不等轴椭球体和环状体外，还有三种庞加莱梨形体存在。

庞加莱对数学物理和偏微分方程也有贡献。他用括去法证明了狄利克雷问题解的存在性，这一方法后来促使位势论有新发展。他还研究拉普拉斯算子的特征值问题，给出了特征值和特征函数存在性的严格证明。他在积分方程中引进复参数方法，促进了弗雷德霍姆理论的发展。

庞加莱对现代数学最重要的影响是创立组合拓扑学。1892 年他发表勒第一篇论文，1895～1904年，他在六篇论文中建立了组合拓扑学。他还引进贝蒂数、挠系数和基本群等重要概念，创造流形的三角剖分、单纯复合形、重心重分、对偶复合形、复合形的关连系数矩阵等工具，借助它们推广欧拉多面体定理成为欧拉—庞加莱公式，并证明流形的同调对偶定理。

庞加莱的思想预示了德 · 拉姆定理和霍奇理论。他还提出庞加莱猜想，在“庞加莱的最后定理”中，他把限制性三体问题的周期解的存在问题，归结为满足某种条件的平面连续变换不动点的存在问题。

庞加莱在数论和代数学方面的工作不多，但很有影响。他的《有理数域上的代数几何学》一书开创了丢番图方程的有理解的研究。他定义了曲线的秩数，成为丢番图几何的重要研究对象。他在代数学中引进群代数并证明其分解定理。第一次引进代数中的左理想和右理想的概念。证明了李代数第三基本定理及坎贝尔—豪斯多夫公式。还引进李代数的包络代数，并对其基加以描述，证明了庞加莱—伯克霍夫—维特定理。

庞加莱对经典物理学有深入而广泛的研究，对狭义相对论的创立有贡献。他从1899年开始研究电子理论，首先认识到洛伦茨变换构成群。

庞加莱的哲学著作《科学与假设》、《科学的价值》、《科学与方法》也有着重大的影响。他是约定主义的代表人物，认为科学公理是方便的定义或约定，可以在一切可能的约定中进行选择，但需以实验事实为依据，避开一切矛盾。在数学上，他不同意罗素、希尔伯特的观点，反对无穷集合的概念，赞成潜在的无穷，认为数学最基本的直观概念是自然数，反对把自然数归结为集合论。这使他成为直觉主义的先驱者之一。

1905 年，匈牙利科学院颁发一项奖金为10000 金克朗的鲍尔约奖。这个奖是要奖给在过去 25 年为数学发展作出过最大贡献的数学家。由于庞加莱从 1879 年就开始从事数学研究，并在数学的几乎整个领域都作出了杰出贡献，因而此项奖又非他莫属。

1906年，庞加莱当选为巴黎科学院主席；1908年，他被选为法国科学院院士，这是一位法国科学家所能达到的最高地位。1908年庞加莱因前列腺增大而未能前往罗马，虽经意大利外科医生作了手术，使他能继续如前一样精力充沛地工作，但好景不长。

1912 年春天，庞加莱再次病倒了，7 月 9 日作了第二次手术；7 月 17 日在穿衣服时，突然因血栓梗塞，在巴黎逝世，终年仅 58 岁!

庞加莱被公认是19世纪后四分之一和二十世纪初的领袖数学家，是对于数学和它的应用具有全面知识的最后一个人。

罗素认为，本世纪初法兰西最伟大的人物就是昂利 · 庞加莱。“当我最近在盖 · 吕萨街庞加莱通风的休息处拜访他时，……我的舌头一下子失去了功能，直到我用了一些时间(可能有两、三分钟)仔细端详和承受了可谓他思

华罗庚传奇

梁羽生

父亲不许看“天书”

弃宝剑于尘埃，投明珠于暗室，一个数学天才难道就要在杂货店终其一生么？宝剑何时再露锋芒，明珠何日光化重现？暗室露出一线光亮了。王维克已经重回金坛，师徒会面，华罗庚从王维克的手中借到一些数学书籍，开始他的自学了。但阻力马上来自他的父亲，他的父亲看不懂数学书上那些古怪符号，大发儿子脾气：“你看这些天书做什么？书又不能当饭吃，还不赶块招呼顾客？”多年后西方一本数学杂志刊了一幅漫画，画中的华罗庚，抱着几本破书，被拿着烧火棍的父亲追得满屋子的团团转。父亲威胁儿子，要他把数学书扔到火炉里。

杂货店生意不好，他父亲帮人收购蚕丝，白天收购，晚上算账。有一晚算错了一千多元，算不清明天就不能开工。金坛有“拜狐仙”的迷信风俗，有人就点上香烛，求狐仙帮忙。可是求了狐仙，还是算不清账目。华罗庚在屋子里闻得香气，出来说道，不要求狐仙了，让我来帮你们算账吧。父亲不相信儿子有这本领，但抱着姑且让他一试的心情，把两大本账薄交给他。结果华罗庚牛刀小试，没花多少时间就把账目算清了。父亲一看，学数学果然有点用，这才放松了对他的阻吓。

不合格教员

华罗庚的“运气”似乎越来越好转了，十八岁那年，一向赏识他的那位老师王维克做了金坛中学校校长，请他去当庶务兼会计，月薪十八大元。比起在杂货店做没工钱的“小伙计”，华罗庚简直好象是平步青云了。第二年，学校开了个补习班，王维克又叫他去当补习班的教员。一山凸起丘陵妒，他不过是初中毕业，竟然在中学当起教员，虽然只是教补习班，亦

想的外部形式的年轻面貌时，我才发现自己能够开始说话了。”

这位“如此美貌，如此年轻”的孩子，竟然是那些洪水般涌来、预示了柯西的一个后继者的到来的论文作者，这是创办《美国数学杂志》的英国数学家西尔维斯待于1885年见到庞加莱的心情写照。

阿达马这位曾在函数论、数论、微分方程、泛函分析、微分几何、集合论、数学基础等领域作出过杰出贡献的法国数学家认为，庞加莱“整个地改变了数学科学的状况，在一切方向上打开了新的道路。”

庞加莱逝世90年来的历史告诉我们，罗素、西尔维斯特、阿达马等的论断是多么正确！庞加莱一生发表的科学论文约500篇、科学著作约30部，几乎涉及到数学的所有领域以及理论物理、天体物理等的许多重要领域。

已有人看不顺眼了。王维克和当地士绅的关系又搞不好，于是一班士绅联名向县教育局控告王维克“十大罪状”。“任用私人不合格教员华罗庚”也成为王维克的十大罪状之一。那位教育局长似乎还颇明事理，他批下来说：“学生焉得为私人，受控各节，大致类此，不准。”不过王维克虽然官司打赢，但他不堪排挤，又来一次拂袖而去。华罗庚的补习教员也干不成了，不过学校仍然用他做会计。“运气”才好了过一年，第二年又变坏了。十九岁那年，华罗庚母亲因病逝世，他自己也染上极其可怕的伤寒病。这场大病，几乎毁了他的一生。

大病不死 变成残废

这场大病，从旧历腊月廿四日开始，足足病了半年。请来的老中医对他父亲说：“不用下药了，他想吃什么就给他吃点什么吧。”但即使是在病重的时候，他也还是神智清醒的。家人在楼下替他占卦算命，他都知道。

“奇迹”出现，他并没如医生断定那样夭亡，到了第二年端午节那天，他终于能够起床了。这“奇迹”或许正是由于他那顽强的求生意志，才能战胜死神吧。但可惜“奇迹”的出现也未能使他恢复如初，而是造成了一个“终身缺憾”。他左腿胯关节骨膜粘连，变成僵硬的直角。从此，他是必须扶着拐杖走路了。金坛中学会计的职位当然也丢了。

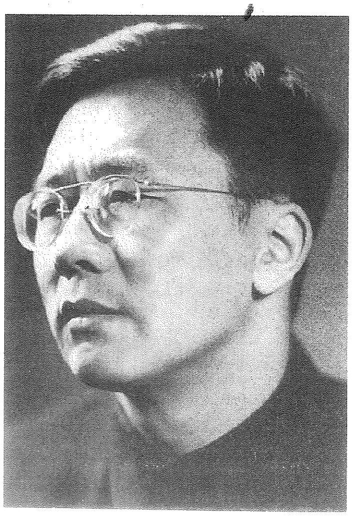
对一个残废的人来说，谋生都有问题，还能够“梦想”攀登学术的高峰么？

为伊消得人憔悴

他变成跛子，但并没有倒下去。他在数学书籍中发现了广阔的天地。多年后有个记者问他，为何选中数学自修，他说：“我别无他选择。学别的东西要到处跑，或者要设备条件，我选中数学，因为它只需要一支笔、一张纸——道具简单。”

于是他就凭着一支笔，一张纸，和从王维克那里借来的几本书，后来又添上了上海出版的《科学》杂志，每天在杂货店关门后，在昏暗的油灯下，不管家人的埋怨，苦读，钻研。他能够得到的数学书籍虽然不多，但根基却是极为扎实。现在他还保留有过去在自学中一本厚厚的习题簿，墨迹都已褪色变黄了。

他好学，又能深思。读过的书在他脑中由繁化简，真正做到了触类旁通。这种自学的锻炼，造成了他一种独特的本领，研究问题，一抓就抓到了问题的核心。经过了五年的自修（从十六岁那年开始算起），他开始写些数学论文投稿，他的投稿也并非一帆风顺的，往往收到退稿的信件，编者指出：这一个题目是法国某一个数学家解决了的，那一个题目又是德国某一个数学家解决了的，等等。这非但没有使他气馁，反而令他充满自信。因为他并没有看过那些数学家的文章，但同样可以解决那些难题。



终于他有一篇论文——《苏家驹之代数的五次方程式解法不能成立的理由》——

在上海的《科学》杂志刊登出来了。《科学》杂志是当时中国在自然科学方面最权威的杂志，经常在《科学》上写文章的有李四光、竺可桢、翁文灏等等名家。而苏家驹也是一位相当有名的大学教授。这篇文章惊动了清华大学的数学系主任熊庆来。

他是哪国留学生

熊庆来坐在他的数学系主任办公室，打开《科学》杂志，随手翻阅这篇文章，越看越被吸引，脸上的神色也凝重了。看完这篇文章，他抬起头来，问周围同事：“这个华罗庚是哪国留学生？”没人能够回答。再问：“他是在哪个大学教书的？”同事们仍是面面相觑。也是“无巧不成书”，恰好有江苏籍的教员在旁，忽然想起了他的弟弟有个小同乡名叫华罗庚，便道：“这个华罗庚哪里教过什么大学，他只念过初中，听说在金坛中学当事务员。”

熊庆来惊奇不已，迅即作出决定：“这个年轻人应该请他到清华来！”出幽谷而迁乔木，华罗庚终于离开了杂货店的“暗室”，第二年（1931）夏天，来到了北京的清华大学，限于资格，他只能当数学系的助理员，月薪四十大元，比起他在金坛中学的薪水多了一倍多了。重要的不是收入增多，而是清华大学提供给他更好的自学条件。有个记者写他这段期间勤学的情形：“清华的藏书比金坛自然丰富多了，对他来说有这个就足够了。

他每天徘徊在数学海洋的岸边觅珍探宝，只给自己留下五、六个小时的睡眠时间。一个自学者对知识的巨大吞吐力，这时惊人地表现出来！他甚至养成熄灯之后，也能看书的习惯。乍听起来不可置信，实际上是一种逻辑思维活动。他在灯下拿来一本书，对着书名思考片刻，然后熄灯躺在床上，闭目静思，心驰神往。他设想这个题目到了自己手上，应该分做几章几节。有的地方他能够触类旁通，也有的不得其解。他翻身下床，在灯下把疑难之处反复咀嚼。一本需要十天半个月才能看完的书，他一夜两夜就看完了。真好似：“风入四蹄轻，踏尽落花去！”

这个助理员可不寻常，他的座位在熊庆来办公室隔壁，熊庆来碰上难解的题目时，也往往朝着隔壁喊道：“华先生，你来一下，看看这个题怎样解呀，……”他的论文也开始在国外著名的数学杂志陆续发表。

第二年他就升任助教，初中学历当助教，破了清华先例，但却是教授会一致通过的。再一年半升讲师，然后当了两年研究员。一九三六年，他二十六岁，就到英国留学了。就读的最著名的剑桥大学。但他不愿读博士学位，只求做个Visitor（访问者）。因为做访问者可以冲破束缚，同时攻读七、八门学科。他说：“我来剑桥，是为了求学问，不是为了得学位的。”所以直到现在，他拥有的唯一的一张文凭，就是初中毕业文凭。

他没有拿到博士学位，但在剑桥的两年内，他却写了二十篇论文，论水准，每一篇论文都可以拿到一个博士学位。其中一篇关于“塔内问题”的研究，他提出的理论甚至被数学界命名为“华氏定理”。英国著名的数学大师哈代是这方面的权威学者，他听到这个消息，兴奋地说：“太好了，我的著作把它写成是无法改进的，这回我的著作非改不可了！”

（全文完）

编者按：下面两篇数模论文，分别为05年高教社杯全国大学生数模竞赛国家一等奖论文和06年美国大学生数模竞赛美国二等奖论文，作者中范浩和胡雪同学分别来自02基地和03基地。

DVD在线租赁问题

范浩　战东元　薛世坤

摘　要：本文就DVD的在线租赁问题建立了一个数学模型。为简化问题，在1～3问中我们始终假设60%的会员每月租赁两次和40%的会员每月租赁一次是统计数据，网站对单个会员是否会在一个月内进行二次申报无法预知；会员在每月月初（1号）申报订单，只申报一次的会员在月末归还DVD，申报两次的会员在月中（16号）归还DVD并进行二次申报，月末再次归还。对问题一，根据极大似然估计，求得10万名会员中对5种DVD的需求。在决定DVD的购买量时，本文建立了基于二项分布的随机模拟模型和用二项分布的期望值代替随机变量的直接求解方法。最后结合本题数据指出随机模型更能保证有50%的会员得到自己满意的DVD。5种DVD的购买数量分别为：6301，3163，1590，800，326。再对问题一的结果作进一步探讨，我们发现DVD的最小购买量与会员需求量之间的正比关系，并对此规律的合理性和一般性进行了论证。问题二要求根据网站100种DVD的库存量以及1000位会员的在线订单给出使得会员整体满意度最大的分配方案。先将订单中会员对光盘的偏好程度转化为满意度矩阵，再建立DVD分配的0－1规划模型，用Lingo求解得到最大满意度以及对应的最优解，并在文中给出了前30位会员的分配结果。此外，文中还给出了一种高效率的贪婪算法，也能求得满意度较大的分配方案。问题三要求进一步考虑无初始库存时如何购买和分配DVD，使一个月中95%的会员满意，并要求满意度最大。根据题中给出的1000位会员对每种DVD的满意度求出每种DVD的需求人数，利用第一问结果分析中的结论，即最小购买量与会员需求量成正比的关系，运用随机模型通过计算机模拟的方法，先确定一较小的购买量，将问题二中给出的贪婪算法作为分配策略，计算满意的会员所占的百分比。按照需求比逐渐递增购买量直至满意的会员达到95%为止。此时的购买量即为最小购买量。光盘的总购买量为2983张。在问题四中，我们进一步结合实际情况，提出网站如何进行信息预测并决策DVD的购买量，通过订单周期的减少和会员还碟时间的随机化处理，模型更加切合实际。文中给出了随机模型的经济学背景和求解思路。最后结合社会实际评价了本文模型的合理性、实用性，以及模型对DVD在线租赁行业发展的指导意义。

关键字：极大似然 二项分布 0－1规划　贪婪算法　随机模拟

问题的重述（略）

1. 问题的分析和模型假设

需求预测

网站针对准备购买的新DVD的市场需求作抽样问卷调查。假设抽样调查的1000个样本精确地反映了10万个会员的喜好。根据极大似然估计，认为愿意看5种DVD的人数分别为20000，10000，5000，2500，1000；

会员结构

根据历史数据，网站60%的会员每月租赁DVD两次，我们称其为A类会员；另外的40%只

租一次，称其为B类会员。A、B类会员的人数只具有统计意义：

每名会员属于A、B哪一类是由会员自己的意愿决定的一种潜规则，在一个月内不会改变；会员对DVD的偏好在一个月内也不会改变；

网站给每名会员发送DVD时无法预知该会员属于哪一类，即无法预知他本月是否会进行二次申报；

一定时间内会员不会连续申报自己已经看过的DVD。

网站运营规则

为简化问题，对网站的运营规则做如下假设：

会员缴纳一定月费成为网站的会员，即可开始定制DVD租赁服务；

会员在每月中拥有至多两次定购网站DVD的机会，订单是会员根据他对网站提供的DVD的偏爱程度在线提交的一份有序报表；

假设网站规定会员只能在月初（每月1号）和月中（每月16号）提交订单，网站会立即根据订单发放DVD（一次3张），A类会员在月中归还DVD并进行二次申报，在月末归还第二次发放的DVD，B类会员只在月末归还DVD；

新DVD购买原则

网站管理人员在决定DVD购买量时要综合考察两方面的因素。从网站长远的发展角度来讲，应在保证利润的前提下尽可能提高会员的整体满意度；

DVD分配原则

每名会员的地位等同，必要时优先申报早的会员；

DVD的分配要使会员的满意度总和最大；

其他基本假设

每张DVD价格相同

快递业务发达，不靠率光盘寄送时间的延迟和中途的遗失；

2. 符号说明

α_{ij} 编号为i的会员对编号为j的DVD的满意度，数字越大表示会员的偏爱程度越高，数字0表示对应的DVD当前不在会员的在线订单中，即该会员不希望看到此DVD；

χ_{ij} $0-1$变量，$x_{ij}=\begin{cases}1 & \text{表示编号为 } i \text{ 的会员获得编号为 } j \text{ 的DVD}\\ 0 & \text{表示编号为 } i \text{ 的会员未获得编号为 } j \text{ 的DVD}\end{cases}$

$1 \leqslant i \leqslant 1000, 1 \leqslant j \leqslant 100;$

b_j 编号为j的DVD现有数量，单位：张；

编号为j的DVD购买数量，单位：张；

3. 模型的建立和求解

问题一(购买新的DVD)

在问题的分析中，已经估计出愿意观看5种DVD的人数分别为20000，10000，5000，2500，1000人。我们认为会员喜欢何种DVD与他属于A、B中哪一类是不相关的愿意看某种DVD的人

中 A、B 两类会员人数之比亦为。

为满足一定时间内给定比例的会员看到他喜欢的新片，网站要综合考虑DVD分配给两类会员的情况。如果新片分配给A类会员，他们会在月中归还DVD，这些DVD又可分配给其他的尚未看到该片的A类会员以满足他们的需要，因此这些DVD在一个月中被利用了两次。如果新片分配给B类会员，他们将在月末归还，这些DVD在一个月中只被利用了一次。

4.1.1 **一个月内保证至少50%会员看到喜欢的DVD（仅以DVD1为例）**

方法1：

由于购买的盘数不多于总需求数，新片购买后全部分配给喜欢该片的会员（可能有的会员没分到）。得到新片的A、B两类会员之比近似认为是6:4。设网站购买了n_1盘DVD1，则有$0.6n_1$名A类会员得到该光盘，$0.4n_1$名B类会员得到该光盘。A类会员在月中归还该光盘，该光盘可再次分配以满足同样数目的A类会员。因此一个月中有$0.6n_1+0.6n_1+0.4n_1=1.6n_1$名会员看到这张光盘。令$1.6n_1 \geqslant 0.5 \times 20000$，解得$n_1 \geqslant 6250$，因此最少购买6250张DVD1。

方法2：

事实上，得到DVD1的A类会员的人数（记为k_{n1}）服从二项分布：k_{n1} $B(n_1, 0.6)$,

得到DVD1的B类会员的人数为$n_1 - k_{n1}$。同样的，A类会员得到的光盘可以利用两次。一个月中共有$n_1 + k_{n1}$名看到这张光盘。认为在99%的置信度下保证一个月内至少50%会员满意，则认为达到预定的目的。

模型如下：

$$\min n_1$$

$$s.t.\ p(n_1) = P\{n + k_{n_1} \geq 10000\} \geq 0.99$$

$$k_{n_1} : B\left(n_1, 0.6\right)$$

显然$p(n_1)$是n_1的不减函数，可采取渐增的计算机模拟方法求解。为此建立如下算法：

Step1：给定n_1的一个较小的初值，如取n_1=5000。

（2～4步检测约束条件是否满足。）

Step2：令s=0，作为计数变量。

Step3：让计算机产生一个服从满足$B(n_1, 0.6)$的随机变量k_{n1}，判断是否满足，$n_1+k_{n1} \geqslant 10000$，若是则s=s+1；否则s不变。

Step4：重复Step3共10000次。判断是否有s ⩾ 9900，若是，认为约束条件可以满足，进入Step5；反之令n_1:=n_1+1，回到Step2。

Step5：记下此时的n_1值。

以上算法可运用Matlab编程实现[1]，所有结果由下表（表3）给出：

表3（一个月内保证至少50%会员看到喜欢的DVD）

	DVD1	DVD2	DVD3	DVD4	DVD5
愿意观看的人数	20000	10000	5000	2500	1000
购买量（方法1）	6250	3125	1563	781	313
购买量（方法2）	6301	3163	1590	800	326

结果的分析

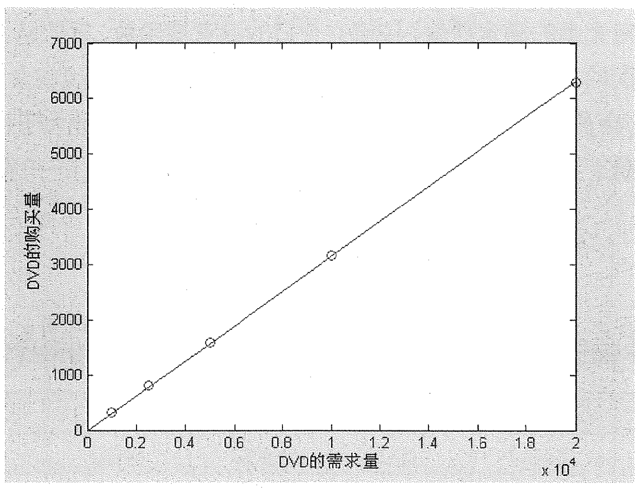
从表3中不难发现，无论采用哪种方法建模求解，得到DVD的最小购买量都（近似）与该DVD的需求（愿意观看的人数）呈正比关系。方法1中，DVD的平均利用率为1.6，因此得出的最小购买量显然与需求量呈正比：

$$\text{最小购买量}=\frac{\text{需求量}\times\text{保证满足的百分比}}{\text{每张DVD的平均利用率}};$$

方法2中，尽管初次分配中分给A、B类会员的DVD张数不一定恰好是，即平均利用率不一定为1.6，但认为不同的DVD分配时地位等同，因此它们的平均利用率仍然是相等的，与DVD的种类无关。最小购买量仍然与需求呈正比关系。

下面给出表3方法2得出数据的齐次线性回归结果（图1），与正比关系符合得很好。用F检验法[2]可以进一步验证线性关系。

图1



两种方法的探讨：

事实上两种方法的差别在于方法1是直接用二项分布的期望值而非随即变量本身进行运算。根据贝努利大数定理[3]：

$\forall \varepsilon > 0$， $\lim\limits_{n_1 \to \infty} P\left\{\left|\dfrac{k_{n_1}}{n_1} - 0.6\right| < \varepsilon\right\} = 1$ 。即当 n_1 充分大时，k_{n1} 以近乎 1 的概率出现在 $0.6n_1$ 的任意小临域范围内，直接用 $0.6n_1$ 代替随即变量 k_{n1} 是可行的。但在本题数据下：方法 1 会产生较大误差（不能充分保证 50%的会员看到他喜欢的 DVD），方法 2 的时效性也很好，因此下文一律采用方法 2 的思路。

4.1.2 三个月内保证至少 95%会员看到喜欢的 DVD（仅以 DVD1 为例）

与 4.1.1 类似，只需注意月中只有 A 类会员返还 DVD，此时也只能将返还的 DVD 分配给没有看过该片的A类会员；月末所有会员都返还DVD，分配给所有需要该片（没有看过而且喜欢该片）的会员。沿用方法2，在月初的分配中，二项分布由目前需要该片的A、B两类会员人数决定。

仍采用 Matlab 编程模拟求解，结果由下表（表 4）给出

表 4（三个月内保证至少 95%会员看到喜欢的 DVD）

	DVD1	DVD2	DVD3	DVD4	DVD5
愿意观看的人数	20000	10000	5000	2500	1000
最小购买量	4527	2270	1140	575	232

问题二（在线订单的处理）

4.2.1 满意度的确定

为了使体现会员对光盘的满意程度，应建立合适的满意度函数。近似认为会员对自己喜欢的DVD的偏好级差是相同的，采用线性的满意度函数。而若光盘并未出现在会员的订单中，此时满意度值取 0。认为 0 与会员申报的最后一个 DVD 的满意度差值显著地大于他所喜欢的相邻两个 DVD 之间的满意度差值。建立满意度函数如下：

$$\alpha_{ij}=\begin{cases} 16-\tilde{\alpha}_{ij} & \tilde{\alpha}_{ij} \neq 0 \\ 0 & \tilde{\alpha}_{ij}=0 \end{cases} \quad (1 \leqslant i \leqslant 1000, 1 \leqslant j \leqslant 100)$$

其中 $\tilde{\alpha}_{ij}$ 为表 2 中编号为的会员对编号为的 DVD 的偏爱程度，偏爱程度越高，满意度值越大。

4.2.2 订单处理模型

我们试图据此寻求一种最佳分配方案，使得所有会员对所获得光盘的满意度之和最大。按照“问题分析”中网站的运营规则，每名会员每次应获得恰好 0 或 3 张 DVD。另外分配给会员的某种 DVD 的总数不应超过网站的库存量。

根据上述目标及约束条件建立优化模型如下：

$$\max w=\sum_{i=1}^{1000}\sum_{j=1}^{100}a_{ij}x_{ij}$$

$$s.t.\quad \sum_{j=1}^{100}x_{ij}=0\text{或}3$$

$$\sum_{i=1}^{1000}x_{ij}\le b_j$$

$$x_{ij}=0\text{或}1$$

$$1\le i\le 1000\ ,1\le j\le 100$$

由于DVD总数3007>1000 × 3，当某名会员获得0张DVD时，一定可以通过向他分发3张DVD而使得目标函数值不减。因此模型的最优解一定可以在每名会员都获得3张DVD时取到。这样，模型可化简为0 － 1线性规划模型：

$$\max w=\sum_{i=1}^{1000}\sum_{j=1}^{100}a_{ij}x_{ij}$$

$$s.t.\quad \sum_{j=1}^{100}x_{ij}=3$$

$$\sum_{i=1}^{1000}x_{ij}\le b_j$$

$$x_{ij}=0\text{或}1$$

$$1\le i\le 1000\ ,\ 1\le j\le 100$$

4.2.3 **模型的求解**：

求精确解：

用Lingo8.0求解0 － 1规划得到最优的分配方案和最大满意度值。下表具体列出前30位会员所获得的DVD。

表5：

会员编号	分配的三张DVD			会员编号	分配的三张DVD		
	1	2	3		1	2	3
C0001	D008	D041	D098	C0016	D010	D084	D097
C0002	D006	D044	D062	C0017	D047	D051	D067
C0003	D032	D050	D080	C0018	D041	D060	D078
C0004	D007	D018	D041	C0019	D066	D084	D086
C0005	D011	D066	D068	C0020	D045	D061	D089
C0006	D019	D053	D066	C0021	D045	D050	D053
C0007	D026	D066	D081	C0022	D038	D055	D057
C0008	D031	D035	D071	C0023	D029	D081	D095

会员编号	分配的三张DVD			会员编号	分配的三张DVD		
	1	2	3		1	2	3
C0009	D053	D078	D100	C0024	D037	D041	D076
C0010	D041	D055	D085	C0025	D009	D069	D084
C0011	D059	D063	D066	C0026	D022	D068	D095
C0012	D002	D031	D041	C0027	D050	D058	D078
C0013	D021	D078	D096	C0028	D008	D034	D082
C0014	D023	D052	D089	C0029	D026	D030	D055
C0015	D013	D052	D085	C0030	D037	D062	D098

满意度：39681

贪婪算法：

按照如下步骤，可以求得一种近似最优的分配方案：

Step1： 对于库存的100种光盘，首先满足所有对它偏爱顺序为1的会员的需要，即将每种光盘分配给所有对其偏爱顺序为1的会员，如果该光盘的数目偏少无法完成此次分配，则先分配给其中编号较小的那些会员；

Step2： 对于剩余光盘，再优先满足对它偏爱顺序为2的会员需要，同样地，如果该光盘的数目偏少无法完成此次分配，则先分配给其中编号较小的那些会员；

Step3： ……

依此类推分配下去，在Step3以后分配时，已经拥有3张光盘的会员不参加分配；

Step11: 如果还有剩下的光盘，随机分配给尚未分满的会员，分配结束。

该分配方案事实上是一种贪婪算法，计算量较小，速度很快。由于上述步骤尽量保证了偏爱程度较高的匹配，可以保证结果的近似最优。

据此编程计算，前30名会员的分配结果如下（表6）：

表6

会员编号	分配的三张DVD			会员编号	分配的三张DVD		
	1	2	3		1	2	3
C0001	D8	D98	D82	C0016	D97	D6	D84
C0002	D6	D44	D42	C0017	D47	D51	D67
C0003	D50	D80	D4	C0018	D41	D60	D78
C0004	D7	D18	D41	C0019	D86	D66	D67
C0005	D11	D66	D68	C0020	D45	D61	D89
C0006	D19	D53	D16	C0021	D45	D53	D2
C0007	D8	D26	D81	C0022	D38	D55	D57
C0008	D15	D71	D99	C0023	D29	D81	D95
C0009	D53	D78	D100	C0024	D41	D76	D37
C0010	D55	D60	D85	C0025	D9	D69	D81

会员编号	分配的三张DVD			会员编号	分配的三张DVD		
	1	2	3		1	2	3
C0011	D19	D59	D63	C0026	D22	D68	D95
C0012	D2	D7	D31	C0027	D22	D58	D42
C0013	D21	D78	D96	C0028	D8	D34	D57
C0014	D23	D52	D42	C0029	D30	D44	D55
C0015	D13	D85	D88	C0030	D37	D62	D1

最优满意度：37519

3）贪婪算法的性能差为5.45%。通过改变光盘的初始库存多次进行对比，认为贪婪算法可以较好的保证近似最优，而且时效性远好于大规模的0 − 1规划，因此可以将这种算法作为一种即时的分配策略

1.8 问题三（DVD购买与分配）

4.3.1 模型的准备

由第一问结果可知，新光盘最小购买量与需求量成正比关系。为满足客户需要，使得一个月内95%的会员得到他们想看的光盘，网站经营人员应考虑按每种光盘需求量的一定比例的数目购买该种光盘。设最小购买量与需求量的比例系数为η，η>0。

只要会员在申报中选择了某光盘，就认为该光盘是该会员所需要的。统计表2中每列非零元素的个数，得到预订该DVD的会员数目，认为它较客观地反映了会员对该DVD的需求量。得到如下结果：

D=($d_{.}$.……,d_{100})，d_j表示第j种光盘的需求量。光盘的最小购买量n_j应与d_j呈正比：

$$\frac{n_j}{d_j}=\eta$$ 为定值。

采取4.2.3中贪婪算法作为分配策略。假设网站在月初、月中两次集中处理订单。月初时网站按照订单对所有会员分配一次光盘。月中时，认为B类会员对已经看过的DVD满意度变为0，得到新的虚拟满意度矩阵。按此虚拟满意度矩阵，将B类会员归还的DVD进行重新分配。某名会员是否满意取决于是否在该月中所有获得的光盘都是他们希望看到的。具体的说，当且仅当A类会员获得6张满意的光盘，B类会员获得3张满意的光盘，才认为该会员满意。

4.3.2 模型的建立

沿用4.1.1方法2的思想，具体每名会员属于哪一类事先无法预知，因此应建立具有统计意义的模型。如果购买和分配方案使得在99%的置信度下保证一个月内至少95%会员满意，则认为满足约束条件。

设$T(\eta)$表示以比例因子η购买DVD后，按照贪婪策略进行两次分配后使95%以上的会员满意的事件，建立模型如下：

$$\min\eta$$

$$s.t.\quad g(\eta)=P\{T(\eta)\}\geq 0.99$$

显然，$g(\eta)$是η的单增函数，通过购买更多的DVD可以使满足95%会员的概率变大。采用

计算机搜索的方法求解，算法如下：

Step1：　给定 η 的一个较小的初值，如 $\eta=0.2$；

（2～4 步检测约束条件是否满足）

Step2：　令 $s=0$，作为计数变量；

Step3：　让计算机随机产生 600 个人作为这个月内潜在的 A 类会员；

Step3：　按照 4.2.3 中贪婪算法计算分配方案，作为月初的分配方案；统计 B 类会员满意的人数；

Step4：　月中收回 A 类会员的 DVD，并继续按照贪婪方案再次分配 DVD。统计 2 次中均满意的 A 类会员的人数；

Step5：　根据 Step3、Step4 中的统计结果计算总的满意人数，并判断满意人数是否超过会员总数的 95%（即 $1000 \times 95\%=950$ 人），若是则计 $s:=s+1$，否则 s 不变；

Step6：　重复 Step3～Step5 共 1000 次。判断是否有 $s \geqslant 990$，若是，认为约束条件可以满足，进入 Step7；反之令 $\eta:=\eta+0.01$，回到 Step3；

Step7:　记下最终的 η 值。

按上述算法运用 Matlab 语言编程，解得 $\eta^*=0.32$，最小购买量为（表 7）

表 7

DVD1	DVD2	DVD3	DVD4	DVD5	DVD6	DVD7	DVD8	DVD9	DVD10
27	29	28	31	25	28	28	32	30	29
DVD11	DVD12	DVD13	DVD14	DVD15	DVD16	DVD17	DVD18	DVD19	DVD20
30	31	27	32	27	30	32	29	32	37
DVD21	DVD22	DVD23	DVD24	DVD25	DVD26	DVD27	DVD28	DVD29	DVD30
30	32	35	30	28	32	28	26	31	31
DVD31	DVD32	DVD33	DVD34	DVD35	DVD36	DVD37	DVD38	DVD39	DVD40
32	28	29	26	35	31	29	30	28	28
DVD41	DVD42	DVD43	DVD44	DVD45	DVD46	DVD47	DVD48	DVD49	DVD50
38	33	30	29	34	30	30	28	29	30
DVD51	DVD52	DVD53	DVD54	DVD55	DVD56	DVD57	DVD58	DVD59	DVD60
34	29	31	29	31	31	34	25	27	33
DVD61	DVD62	DVD63	DVD64	DVD65	DVD66	DVD67	DVD68	DVD69	DVD70
30	33	33	34	31	33	29	30	33	32
DVD71	DVD72	DVD73	DVD74	DVD75	DVD76	DVD77	DVD78	DVD79	DVD80
30	34	27	26	29	27	28	31	26	31
DVD81	DVD82	DVD83	DVD84	DVD85	DVD86	DVD87	DVD88	DVD89	DVD90
31	25	23	27	29	25	30	23	30	31
DVD91	DVD92	DVD93	DVD94	DVD95	DVD96	DVD97	DVD98	DVD99	DVD100
34	30	30	29	32	25	30	32	25	27

购买 DVD 的总数量：2983 张；

DVD 分配方案：同 4.2.3 贪婪算法。

问题四（模型的扩展）

结合实际问题，模型的扩展可从以下几个方面展开：

1．周期的减少。在问题一中假设网站只在月初、月中分两次集中处理订单和发货。实际中，由于网络技术的发达和快递业务的高效性，网站每天甚至每隔几个小时就处理一次订单并发一次货，以提高光碟的周转速度，节约成本，并可为会员提供更优质快捷的服务。周期的减少使得问题变成一个动态随机模型。

2．对货流的跟踪。根据顾客对此类产品的消费习惯，顾客看完3张光碟并归还的时间符合二项分布。网站以此为信息可以较为准确的预测在未来一段时间内会员归还的DVD数目，从而有效的掌握货流信息。

3．表单的实时处理。网站为充分利用网络资源，会建立一套订单的排队等候系统以及集中处理系统，每隔一定时间（如1天）按照一定的分配规则向会员分配DVD，尽量使得会员的满意度最大。

4．短期利益与长期利益的权衡。网站在经营过程中既要保证当期的收益以维持生存，又要充分利用市场预测，兼顾潜在收益以求得长远发展。

基于以上4点考虑，我们就网站决定新DVD的购买量的问题建立了动态随机模型，。

补充符号说明：

i　　考察的阶段数，这里以一周为一个阶段，即每周购买一批新的DVD。
以下x_i、y_i、w_i和z_i均为随机变量。

x_i　　第i期购买DVD的数目，模型中的决策变量；

y_i　　第i期会员归还的DVD数目，可根据历史数据得到其统计规律，确定其分布函数；

w_i　　第i期派发的DVD数目，与会员对DVD的需求和库存量有关；

z_i　　第i期库存DVD的数目，模型中的状态变量；

$u_i(x_i,z_i)$　　第i期的效益，效益应综合考虑函数当前经济效益（这里仅仅用成本代替）和潜在经济效益（满意度造成的），例如可采用常用的Cobb-Dauglas函数。u_i与新买DVD数量x_i和库存量z_i有关。新购买DVD越多时，当期的成本越大，当前效益越小；库存量越大时，越能满足将来会员的需要，可以吸引更多的顾客，这是潜在收益。

ρ　　将未来的效益折算到当期的贴现因子。

库存数量Z满足递归随机过程[4]:

$$\begin{cases} z_0 = z & (z \geq 0\text{为 给 定 的 自 然}) \\ z_{i+1} = z_i + x_i + y_i - w_i & (i \geq 0) \end{cases}$$

上式中z_0表示系统初始状态，

递推关系$z_{i+1}=z_i+x_i+y_i-w_i$表示：下一期库存＝当期库存＋当期购买量＋会员归还DVD数量－当期派发DVD数量。

根据经济学的原理[5]，商家总是最大化期望效益，所以对效用取期望作为目标函数。另外为了扩大规模，商家一般计划在一定时间内要购买一定数量的DVD。据此，建立带有贴现率的模型如下：

$$\max_{x_0,\dots,x_n} U = E[\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(1+\rho)^k} u_k(x_k, z_k)]$$
$$s.t. \quad \sum_{i=0}^{n} x_i = m$$
$$x_i \ge 0 \qquad (1 \le i \le n)$$

模型的求解建议：

拉格朗日法：

以两阶段模型为例说明求解的过程（取）

首先建立 Lagrange 函数：

$$\max_{X_0, X_1} L = E[u_0(x_0, z_0) + u_1(x_1, z_1)] - \lambda(x_0 + x_1 - m)$$

其中 $Z_1 = Z_0 + X_0 + Y_0 - W_0$

求对自变量和 Lagrange 乘子求一阶偏导数：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x_0} = \dfrac{\partial u_0}{\partial x_0} - E[\dfrac{\partial u_1}{\partial z_1}] - \lambda = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial x_1} = E[\dfrac{\partial u_1}{\partial x_1}] - \lambda = 0 \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = x_0 + x_1 - m = 0 \end{cases}$$

将具体的表达式及 m 值代如即可求出 x_0 及 x_1 的值。

对于两期以上的模型，应采用变分法及动态规划方法求解。

由于该模型考虑了现实中的诸多因素，因此可以更精确的估计当期购买量对未来的影响，从而更有利于网站对DVD的购买量进行决策。当然，由于随机因素的加入，模型的求解变得更加复杂，而且对于某些情形不一定能求得解析解，可以考虑求近似的数值解。

模型的评价（略）

参考文献：

[1]张志涌，精通 Matlab 6.5 版：北京航空航天大学出版社，2003
[2]刘承平，数学建模方法：高等教育出版社，2002

[3]李贤平，概率论基础：高等教育出版社，P256
[4]Sheldon M.Ross, Stochastic Processes,1996
[5]David Romer,Advanced Macroeconomics(Second edition)
[6]Amazon 主页，www.amazon.co.uk

相关链接：

1. 中国数学建模 http://www.shumo.com
2. 美国数学建模 http://www.comap.com
3. 全国大学生数学建模竞赛 http://mcm.edu.cn
4. 武汉大学数模协会 http://sub.whu.edu.cn/shumo

Where To Move

胡雪 黎志 刘学智

Summary

In this paper, we present a model that minimizes the amount of time required to irrigate a field that is 80 meters by 30 meters under the given conditions. Firstly, by the empirical formula, we obtain the range of sprinkler (20m). Then by means of references, by analysis, we ascertain the shape of the wetting pattern is cone, according to which together with the conservation of the flow rate, it is facile to get the irrigation algorithm which provides us a continuous analytic function—hBpB function. Based on the cone model, we determine that the number of sprinklers is two and they are set on both ends of the pipe set respectively.

When the pipe set has only two positions to place, considering the symmetry, we prove that the least amount of time required maintaining the irrigation is 40h, However, the problem becomes more complex as the number of the positions increases, which results in the advent of the panes, for the discretization of hBpB. We divide the rectangle (80 × 30) into 2400 small panes(1 × 1), then we can use the numerical solution of the intersection points to approach the analytic solution of min{hBp}.B In order to realize the programming easily searching the best positions to put the pipe set, we assume the pipe can only move along reticle. Under the Passumption, we find that when the coordinates of the midpoint of the pipe are

determinate, then the coordinates of the sprinklers at the end of the pipe set have only two cases. Thus, we can arrange the pipe by arranging the midpoint to make it easier to implement it by program. But it is time-consuming to have a global search, we resort to the simulated annealing algorithm to search the approximate optimal solution, that is, the minimal time is 23 and 27 hours respectively when the pipe could be put on 3 and 4 positions. At last, we focus on the availability of water. We draw planforms, surface plots and contour maps to help observe the distribution of the water used and the water wasted.

Keywords: irrigation algorithm; panes; simulated annealing; uniformity coefficient

1. Background

As rivers are the cradles of human's civilization, since the advent of human, there exists irrigation. What effect, if only, does irrigation have on the human? Assume there is no irrigation, then there would be no plant, there would be no herbivore, there would be no predator and prey including human itself. Now that irrigation is so important to human, we must know something about it with good grace.

There are several kinds of irrigation available, such as agricultural irrigation, landscape irrigation, golf course irrigation, drip irrigation. The irrigation project is at the core to those who are closely related to fields.

2. Symbols

Symbol	Unit	Definition
P	mm/h	application rate
C_u		uniformity coefficient
r		availability coefficient of water spray
h	mm	the depth of water
R	m	the range of sprinkler
Q	m^3/h	the flow rate
t	h	the time

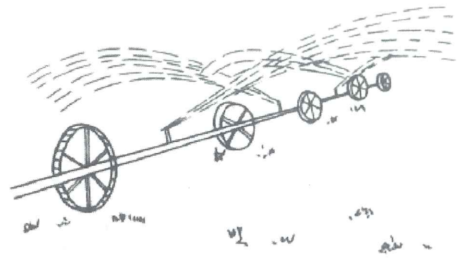
If other symbols appear in the text,they will be explained especially.

3.Assumptions

1. The influence of wind can be ignored.
2. Droplet evaporation is so little that we can ignore it.
3. The type of each sprinkler is the same.
4. Every four day, the amount time that the pipe set is arranged at each position is the same.
5. There is no water lost from the pipe set, that is, all the water flow into the pipe will flow out of the sprinklers.

4. Modeling

4.1 The range of sprinkler



By the empirical formula,

$$R = 1.35\sqrt{dH_w} \quad (1)$$

where R is the range (m), d is the diameter of the spray nozzle(mm), H is water head Head loss H_w combined of two major components: friction loss of head H_f and local head loss H_f , that is, $H_w = H_f + H_f$.

Friction losses are head losses due to the friction that the walls of the pipe imposes on a liquid. Friction losses are dependent on the viscosity of the fluid and the turbulence of the flow. v

Because of some uncertain coefficient, it' s not easy for computing the exact value of H_w

$$p = \rho g H_w \quad (2)$$

where p=pressure, g=gravity,

Substituting (2) into (1), thus

$$R = 1.35\sqrt{d\frac{p}{\rho g}}$$

where d=6mm $\rho=1.0\times10^3 kg/m^3$ g=9.8.

If head loss is zero, then p=420,000 p_a

Thus, $R = 1.35\sqrt{\dfrac{6\times420000}{1000\times9.8}}$ =21.65m

When considering the head loss, R will be less than 21.65m. Since the pipe length is not very long, the head loss is litter, so R will not reduce a lot. In my model, we set R=20m.

4.2 Some concepts

- Uniformity coefficient

As is required, the water should be applied as uniformly as possible, which offers us a concept——irrigation uniformity, to determine the uniformity of the "hand move" irrigation system. High uniformity signifies that all the plants in the irrigated zone will receive almost the same amount of water in a given time. For sprinkler irrigation, it means that the depth of water application throughout the entire irrigated area is about the same. Consequently, uniform water application is necessary to maximize the efficiency of water use in the nursery and save water.

We denote the coefficient of uniformity C_u, and represent the formula for its calculation as shown:

$$C_u = 1 - \frac{\Delta h}{\bar{h}}$$

where Δh is the average deviation of the depth of the insufflation water, $\overline{h}$ is the average catch .[1] and the formulas to calculate the average deviation and the average catch are

$$\Delta h = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i \left| h_i - \overline{h} \right|}{\sum_{i=1}^{n} S_i} \qquad \overline{h} = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i h_i}{\sum_{i=1}^{n} S_i}$$

where $h_i(mm)$ is the depth of the insufflation water at some observation point, $S_i(m^2)$ represents the area of the observation point, n is the number of the observation points.

- Availability coefficient of water spray

Irrigating a field inevitably exists wasting water. The different irrigating way could be estimated by availability coefficient of water spray γ.

$$\gamma = \frac{\text{The water absorbed by a field in a period}}{\text{The capacity of water flowing from a pipe in a period}}$$

$$\gamma = \frac{\sum_{i=}^{n} S_i P_i}{QT_{\text{effective}}}$$ $T_{effective}$: The effective irrigating time in a period

4.3 The shape of the infiltration flow

As we all know , when the pressure is moderate , the distribution curve of the infiltration flow is an isosceles triangle approximately , which means the wetting pattern from the side view is an isosceles triangle approximately . Meanwhile , within every period of the growth of the plant , the best depth of the water that the field should receive is no more than 100 cm[1] , compare with the range, as

$$\arctan\alpha \leq \frac{1}{20}$$

$$a \leqslant 0.0500$$

it is such a small angle that the shape of the infiltration flow could be considered as a cone even if it is of other shape . Obviously, the wetting pattern from the top view is a circle. Hence our assumption that when the water has been sprinkled out , its distribution under the field is a cone is reasonable and will on the whole exactly mirror the performances of the infiltration flow .

4.4 Irrigation Algorithm

According to the above text, the wetting pattern is a cone of the radius R of the base, here is the range. Build a 3-multiple rectangular coordinate, whose origin is the center of the circle——the wetting pattern from the top view, the x-axis is along the direction of the pipe, the y-axis is perpendicular to the x-axis, and the z-axis is along the direction of the altitude of the cone. As you'll see that the altitude l increases as time goes by in a non-stop irrigation of the same region. On the plane, the equation of the generatrix is

$$z = \frac{l}{R}(x - R)$$

We rotate the generatrix around z-axis , then we get the parameter equation of the cone

$$r(u,v) = (u\cos v, u\sin v, \frac{l}{R}(u - R))$$

then the implicit equation of the cone is

$$z = \frac{l}{R}\left(\sqrt{x^2 + y^2} - R\right)$$
$$x^2 + y^2 \le R^2$$

When the number of the sprinklers is k , because the flow rate of each sprinkler is equal by our assumptions, each sprinkler has the flow rate

$$q = \frac{Q}{k}$$

Analyze the performance of just one sprinkler, if it costs t_k hours to arrive at a depth of in a non-stop irrigation under the condition that the influences from other sprinklers to the depth of the water haven't been taken into account, by the conservation of flux, then the following formula holds

$$\frac{1}{3}\pi R^2 h_0 = qt_k = \frac{Q}{k}t_k$$

where $h_0 = 0.75 \times 10^{-2}\, m$.

then
$$t_k = \frac{k\pi R^2 h_0}{3Q}$$

which offers us the information that if we want to irrigate a field non-stoply, we must assure the time consumed no more than t_k under the condition.

The function of the distribution of depth

How can we make sure that no part of the field should receive more than $0.75cm$ per hour of water? We see one hour as a unit, and suggest the rancher that he start to work at a stochastic time, but within the following hour, he work for no more than the time t_k. That is , once the stochastic starting time is determined, the time has been separated into hours with respect to the starting time, the rancher will work for the primal period of time no more than the time bound.

Assume that after one hour's irrigation, the altitude reaches to a value L, then it is facile to obtain the relationship between $z(m)$ and $t(h)$.

$$z=\frac{tL}{R}(\sqrt{x^2+y^2}-R)$$
$$x^2+y^2\le R^2 \text{ and } t\in[0,t_k]$$

Under the circumstance that the move doesn' t consume any time, assume the pipe set has been moved times, then it has been positioned on places, then every sprinkler has been positioned on places, If we build a rectangular coordinate on the plane and the coordinates of the four vertexes are B(0,0),A(0,30), C(80,0) D(80,30), then we can get kn coordinates of the sprinklers, namely

$$(x_1,y_1),\cdots,(x_m,y_m)$$

where $m=kn$.

For any $P(x,y), x\in[0,80], y\in[0,30]$, assume it belongs to some of the

$$\Psi_1=(x_1+R\cos\theta_1, y_1+R\sin\theta_1),\cdots,\ \Psi_m=(x_m+R\cos\theta_m, y_m+R\sin\theta_m)$$

where $\theta_i\in[0,2\pi], i=1,\cdots\cdots,m$. Denote Ψ_{k_i}, $i=1,\cdots\cdots,s$.
Then the depth of the water at P is

$$\begin{aligned}h_P&=-\sum_{i=1}^{s}z_{k_i}\\&=-\sum_{i=1}^{s}\frac{t_{k_i}L}{R}\left(\sqrt{(x_{k_i}-x)^2+(y_{k_i}-y)^2}-R\right)\end{aligned}$$

Now let' s have a further discuss of this formula.
(1). The function has three independent variables, t_{ki},x,y, as this function comes from

$$z=\frac{tL}{R}(\sqrt{x^2+y^2}-R)$$
$$x^2+y^2\le R^2 \text{ and } t\in[0,t_k]$$

we should make some extension, to the whole point on the rectangle,

$$h_p=\begin{cases}0 & (\sqrt{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2}-R\ge 0)\\ -\sum_{i=1}^{m}\frac{t_iL}{R}\left(\sqrt{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2}-R\right) & (\sqrt{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2}-R\le 0)\end{cases}$$

(2). As to one irrigation, the time consumed is determinate. As to several times of the irrigation, on the one hand, in order to simplify our model, on the other hand, to the convenience of the rancher, it is a reasonable assumption that all the t_{ki} are the same , denote the same value τ . Here τ subjects to the condition that no part of the field should receive more than $0.75cm$ per hour of water . Then the equation can be written in the form

$$
\begin{aligned}
h_p &= -\frac{\tau L}{R}\sum_{i=1}^{s}\left(\sqrt{(x_{k_i}-x)^2+(y_{k_i}-y)^2}-R\right) \\
&= \tau sL-\frac{\tau L}{R}\sum_{i=1}^{s}\sqrt{(x_{k_i}-x)^2+(y_{k_i}-y)^2}
\end{aligned}
$$

(3). How can the condition that each part of the field should receive at least 2 centimeters of water every 4 days be satisfied? Because h_p is the depth of the water, and the time τ is considered in one hour, then

$$k\frac{H}{\min h_p}<96$$

where H=2cm.

then h_p should satisfy

$$\min h_p>\frac{kH}{96}$$

We will discuss the function in the following text.

4.5 The number of sprinklers

It is common knowledge that to the convenience of moving the pipes , the rigid pipe is always divided into several fractions with the length of each fraction from 4 to 10 m [1] . Because when put together the resulting pipe is 20 meters long , if we promise each fraction has at most a sprinkler , then the number of sprinklers is at least 2 (20/10) and at most 5 (20/4).

When the number of the sprinklers is 2, since the range of the sprinkler is 20m, to reduce the accumulated height, the best arrangement is setting the two sprinklers to the two ends of the pipe set and the maximum height is the height of the cone.

While the number of the sprinklers is more than 2, since the rang of the sprinkler is 20m, there will some points of which the height is more than the height of the cone.

From the previous analysis, we know that the higher the maximum height, the less the irrigation time within an hour. Thus, we determine the number of sprinklers is 2, and to reduce the time required to irrigation they are arranged to the ends of the pipe set.

4.6 Case 1 Two Positions

The main object of the following text is to have a clear and complete discussion when two sprinklers are needed. when there are two sprinklers, they are set on the two ends of the pipe, then their spacing is $20m$, as the range of sprinkler is $20m$ as well, after one irrigation, a special topological geometric figure has been formed by the wetting patterns, two cones with a part superposed, denote Ω . From the top view, it shows the compound mode of sprinkler arrangement —— two circular disc with some part superposed and the center of one circular disc on the other circle. Ω is so symmetrical as to make us have such intuition that when the second irrigation has been done, when we change the difference of time between the first and the second irrigation to the indiscrimination of the space that the two Ω could be superposed, we can set the pipe symmetrically in the field and the pipe can best be made to cover the whole region. From our own experiences, one of the best ways to set the two Ω is as shown in Figure1.1.

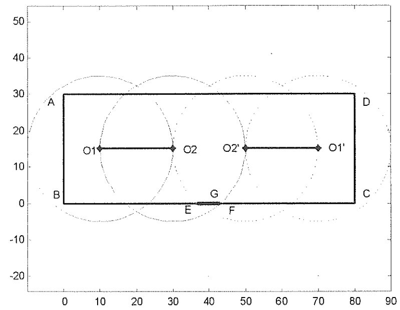


Figure1.1

Assume that the pipe set with the two sprinklers on both the ends has been set in such position, that is, the pipe is parallel to the longer side of the rectangle, on which the distance from any point to both the longer sides are equal and from one end of which the distance to the shorter side of the rectangle is meters long. If we build a rectangular coordinate on the plane and the coordinates of the four vertexes are B(0,0), A(0,30),C(80,0) D(80,30) respectively, then the coordinates of the pipe set at the two place is an equation of two segment

$$y=15$$
$$10 \leqslant x \leqslant 30$$

and

$$y=15$$
$$50 \leqslant x \leqslant 70$$

When we ascertain the initial place to position the pipe set, let's interpret it why we move the pipe set to the place as is shown in Figure1.3 . We wish to demonstrate that such positioning can result in the minimal time.

Consider the parallel translation of the pipe ,without a loss of generality,O_1O_2, along both the positive and the negative direction of y-axis, then the equal application rate of points A and B will become inequable, in order to make sure that each part of the field should recrive at least 2 centimeters of water every 4 days, we must prolong the irrigation time so as to insure the application rate of points A or B whose application rate goes lower than the other after the application rate of the first irrigation plus the second one meeting with the constraint, which contradicts our objective to get the minimal time. By the same analysis, consider the rotation of O_1O_2, it would cause the same contradiction. Therefore we have to consider the parallel translation of the pipe along the positive direction of x-axis.

As the distribution of the wetting pattern is cone, from the top view, it is a circular disc, as to every point not exterior of the circular disc, the farer the distance from the center, the lower the application rate of point. The application rate of point at the circle is approximate to zero.

The primary theme of the following text is to find the position of the pipe at these two time respectively so as to get the minimum of the time required under the condition.

Above all, after the addition of the application rate of point has been done, it is easy to see that the application rate of point A and other equivalent points B,C,D are the same and are the lowest in the closed space —— the rectangle. We call them the key points . After them goes the segment EF.

Denote the highest application rate of point. Here are two sprinklers now we are working on, as

$$\frac{1}{3}\pi R^2 P_0 = \frac{Q}{2}$$

we have

$$P_0 = 10.7430(mm/h)$$

The application rate of point A

$$P_A = (1 - \frac{O_1A}{R})P_0$$

where $O_1A = \sqrt{10^2 + 15^2} = 18.03$ and R=20

then

$$P_A = 0.10P_0$$

Let' s compute the application rate of points of the segment . We can easily get

GF=3.23

For any $X \in GF$, $|GX| = x$, as is in the superposition region, the application rate of point X consists of two parts

$$P_X = (1 - \frac{O_2X}{R})P_0 + (1 - \frac{O_2'X}{R})P_0$$

that is

$$P_X = (1 - \frac{\sqrt{(10-x)^2 + 15^2} + \sqrt{(10+x)^2 + 15^2}}{20})P_0$$

$$x \in [0, 3.23]$$

then

$$\frac{dP_X}{dx}=\frac{10-x}{\sqrt{(10-x)^2+15^2}}+\frac{10+x}{\sqrt{(10+x)^2+15^2}}>0$$

when x ∈ [0,3.23]

hence

$$P_F \leqslant P_x$$

for any $X \in GF$. Look at Figure 1.2.

By the same way we can prove that

$$P_E \leqslant P_X$$

for any $X \in EG$.

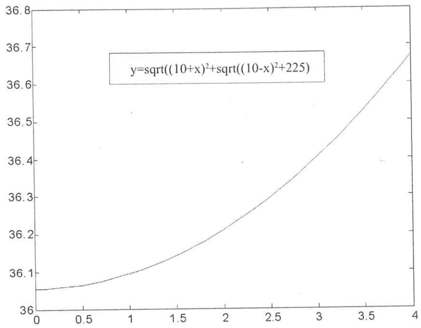


Figure 1.2

Because of the symmetry of EG and GF P_E=P_F so the application rate of points E and $F$are the lowest on EF.

Since $P_A \langle P_E$, however, when there exists difference between any two application rate of point, the time consumed will be prolonged which we have proved in the above texts.

So we have to think out an idea to realize indiscrimination of the application rate of points A and E .To this aim,O_1O_2 should have a left parallel translation and $O'_1O'_2$ should have a right parallel translation. By means of this way , P_A increases until P_A=P_E .Finally we can obtain that $P_A=P_B=P_C=P_D=P_E=P_F$

Assume that has been moved to E' , F to F' and $|EE'|=|FF'|=y$. Then

$$P_A=(1-\frac{O_1A}{R})P_0 \quad O_1A=\sqrt{(10-y)^2+15^2}$$

and

$$P_F=(1-\frac{O'_2F}{R})P_0 \quad O'_2F=\sqrt{(20+2y-\sqrt{175})^2+15^2}$$

let P_A=P_F ,then

$$y=\frac{\sqrt{175}-10}{3}=1.08$$

replace y , then we have

$$P_{\min}=0.13P_0$$

hence in this case the minimal irrigation time

$$t=\frac{20}{0.13\times7.5}\times2=40.03(h)$$

so we conclude that as to a rancher , the preferable position should be

$$y=15$$
$$9 \leqslant x \leqslant 29$$

and

$$y=15$$
$$51 \leqslant x \leqslant 71$$

Look at Figure 1.3, Figure 1.4, Figure 1.5 to see the concrete position.

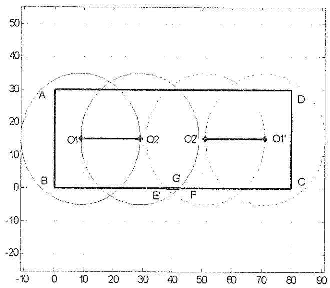


Figure1.3 the top view

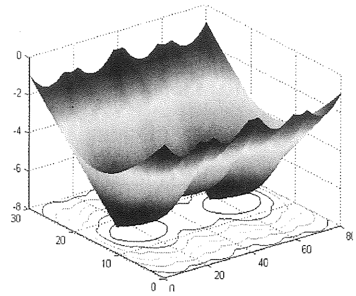


Figure 1.4 the distribution of the water

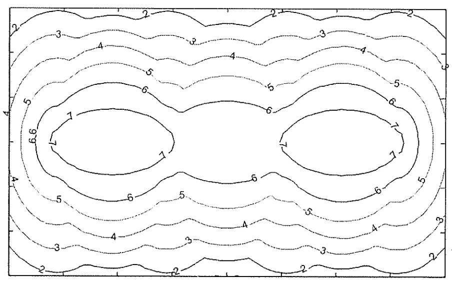


Figure 1.5 contour map

4.7 Introducing pane

As is discussed before, the function could be written in the form

$$h_p=\begin{cases}0 & \left(\sqrt{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2}-R\geq 0\right)\\ -\sum_{i=1}^{m}\frac{t_iL}{R}\left(\sqrt{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2}-R\right) & \left(\sqrt{(x_i-x)^2+(y_i-y)^2}-R\leq 0\right)\end{cases}$$

the number of and the calculation of the square roots result in the complexity and frustration in solving the problem to get $\min h_p$.It is so difficult that we have to resort to another method, what we finally use to solve the continuous function is the discretization of the it, then we utilize the discrete numerical value to approach the minimum of the continuous function.

Look at Figure1.4, we divide the field that is 80 meters by 30 meters into 2400 panes, each pane is a square that is 1 meter by 1 meter. What promote us to have such choice are based on the following three reasons:

1. If you observe carefully, you will find the whole field has always been divided into several regular blocks by ditches parallel to one side of the rectangle field, which tells us that the ditchs in a field always distributes vertically and horizontally, the pipe might destroy the emblement if it has been not set vertically and horizontally. This makes us to divide the field into panes, then one side of the pane is parallel to the ditch.

2. If the side of the square is choosed to be so large, then the precision of the calculation may not be promised. If the side of the square is choosed to be smaller in some sort, then the number of the panes would increase to a great extent, then the intersection points increase, namely ,the vertexes of the panes increase, which will increase the difficulty of calculation to a great extent as well.

3. We haven' t choose the side to be decimal fraction, such as 0.8,0.5, besides the difficulty of the calculation increases as the intersection points increase, the calculation of the integer is quicker than that of the decimal fraction, at the same time , occupies a less EMS memory on a computer.

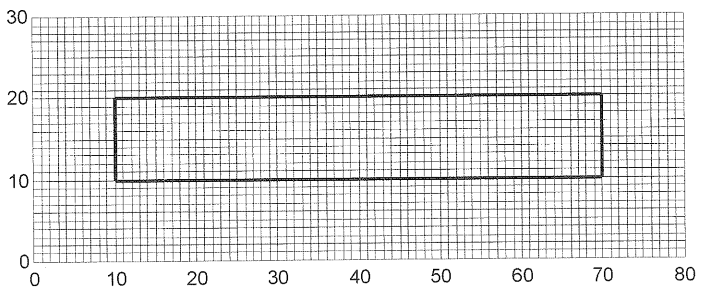


Figure 1.6

Thus we will divert our emphases on the whole field to the thousands of the intersection points, we only need to compute the addition of the application rate from every sprinkler at each intersection point to get the total application rate at each intersection point, as the number of the intersection points is finite, compare the 31×81values, we can get the maximum and the minimum, these two extremums are regarded as the extremums of the whole field. This means will not cause some remarkable errors to the final result, the outcome is reasonable, and avoids the difficulty of the calculation, moreover , it is facile to realize on a computer. The more advantages will represent in the later text. Simultaneously, we can also compute the mean application rate.

As is shown in Figure 1.6 , we divide the rectangle into 2400 same panes.

4.8 The method of moving the pipe set

Until now, we are concentrating on the pipe set just needed to be moved once all the while, how can it be when the pipe set has been moved twice? In other words, now, we come to solve the problem that when the pipe set has three or even more positions, whether the minimal time will change? When the pipe set has three positions, if we follow the way that we solve the case when the pipe set has two positions, we encounter many obstacles incapable of being conquered. Partly because there are many positions we can put the pipe set, and partly because we can't find a certain direction to move the pipe set, especially when there are more positions, the case is more complex. By all appearances, the way we use before has no generality, we should find a more general arithmetic to realize our objective

We pay attention on the panes. In theory, we can put the pipe set in arbitrary positions, suddenly, the case becomes terrible and we need some fresh air to clean everything. After the introduction of the panes, also to the convenience of programming, we only consider the case that the pipe set moves along the recitle, namely, each end of the pipe set is just at the intersection point. The simplification is feasible for the side of the pane is far less than the range of sprinkler($1m<<20m$).Even though, when operating on the computer, there comes out the new problem, the pipe is so long that its moving is uncontrollable, well, this problem could be bettered if you could see such an important feature. Since both of the ends of the pipe set are on the intersection points of the rectangle, then its midpoint must be on the intersection point, and if the coordinate of the midpoint is determinate, denote (x,y) and the pipe set must be put vertically and horizontally, then both the coordinates of the two ends might be determined, but there are two cases as shown in the following table.

casel the pipc is parallel to the x-axis	casel 2 the pipe is parallel to the y-axis
$O1(x-10,y)$; $O2(x+10,y)$	$O1(x,y-10)$; $O2(x,y+10)$

When $y<10$ or $y>20$, it is the case one; When $x<10$ or $x>70$, it is the case two. Or it is any one of the two cases.

Based on this rule, we change the "pipe move" problem to the "midpoint move" problem, which facilitates the operation on the computer.

4.9 Simulated annealing algorithm

Firstly, we want to use the global search to find the best solution, can it be successful? When the pipe set has positions, only consider the rectangle $[10,70]\times[10,20]$, it needs to circle $C^{n}_{600}\times 2^{n}$ times in order the get the result on the computer, for instance, when n=3 , the calculation will undergo 2.87×10^{8} times. And that there is the calculation of application rate of 2400 points in every circle. which costs a great deal of time. Plus the time of the calculation of the points exterior of the rectangle, then maybe the computer can't bear any longer.

So we must find other search means.

The irrigation algorithm we gave above offers us a way —— Simulated annealing.

The initial solution: Produce n positions (the midpoints of the pipe set) stochastically, then we can obtain $2n$ coordinates of the sprinklers.

The objective function: Compute the minimal total application rate of the position.

Produce the new solution: Change the position of one pipe stochastically, or Produce n positions stochastically.

The cost function difference Δf=P-P\`,$P$,$P$\`are the initial and the after application rate respectively. Then we select the most used principle of accepting new solution.—— Metropolis Principle.

$$\text{Probability} = \begin{cases} 1, & \Delta f > 0 \\ e^{-\frac{\Delta f}{t}}, & \Delta f \le 0 \end{cases}$$

where i is the control parameter.

A renewal function of the control parameter used most is

$$t_{k+1}=at_k, \qquad k=0,1,2\cdots\cdots$$

After a good many times of experiences, we select the attenuation parameter a=0.87, the initial temperature is 10, the ending temperature is 0.1, the length of the Markov chain is 400, the step of Metropolis is 1.

It is possible that the new positioning produced stochastically doesn't cover the whole region, then the minimal application rate might be 0, so we only need to consider whether it will accept the new solution under the circumstance that the minimal application rate is greater than 0, by this means, the convergent speed can be promoted.(the program and the flow chart of it are both shown in appendix)

4.10 Case 2: Three Positions

In the arithmetic, set n=3 and run the simulated annealing program many times, the best result of all the solutions is $P_{\min}$= 2.61, the optimal search process is shown as the right figure and the corresponding coordinates of the sprinklers is shown as Table1.

According the above coordinates, we can get the top view , shaded surface and contour map of it, as shown in Fig2.1, Fig2.2, Fig2.3,

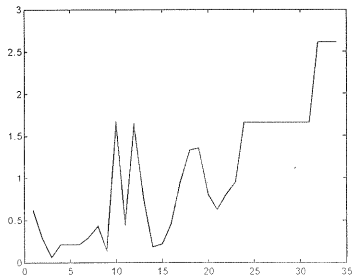


Table 1

Position Ⅰ	Position Ⅱ	Position Ⅲ
(11,7) (11,27)	(70,4) (70,25)	(41,5) (41,25)
P_{min}=2.61mm; $\bar{P}$=5.48mm; C_u=0.76		

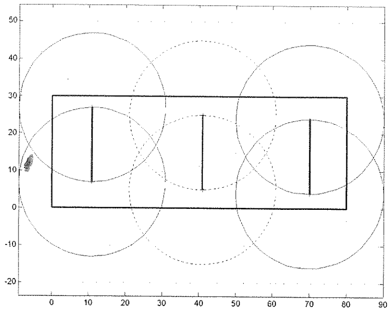


Fig 2.1 the top view

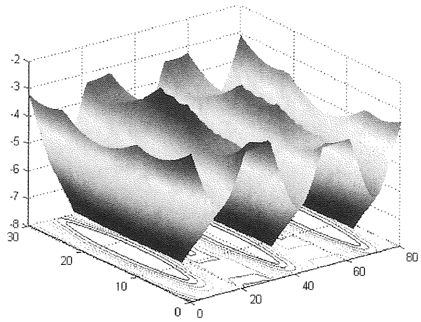


Fig 2.2 the distribution of the water

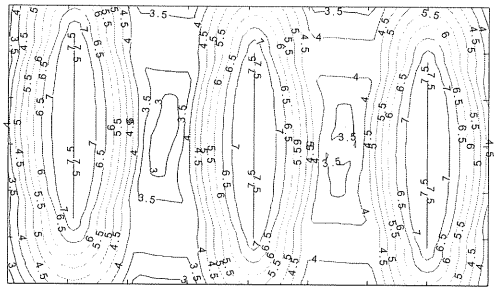


Fig 2.3 contour map

4.11 Case 3 Four Positions

In the algorithm, set n=4 and run the simulated annealing program many times, the best result of all the solutions is P_{min}= 2.97mm, and the corresponding coordinates of the sprinklers is shown as Table 2.

Table 2

Position Ⅰ	Position Ⅱ	Position Ⅲ	Position Ⅳ
(42,1),(42,21)	(70,5),(70,25)	(11,5),(11,25)	(25,17),(45,17)
P_{min}=2.97mm; $\bar{P}$=7.94mm; C_u=0.72			

According the above coordinates, we can get the vertical view , shaded surface and contour map of it, as shown in Fig3.1, Fig3.2, Fig3.3, respectively.

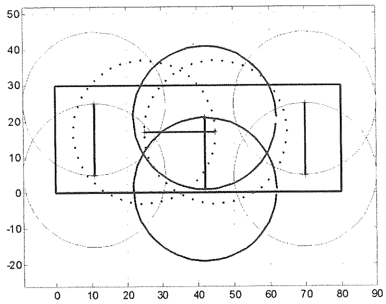


Fig 3.1 the top view

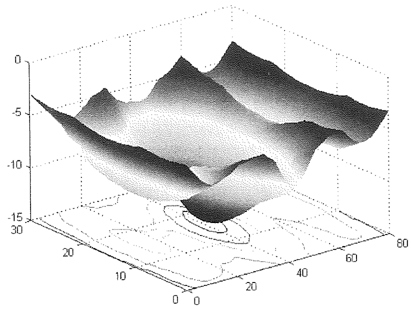


Fig 3.2 the distribution of the water

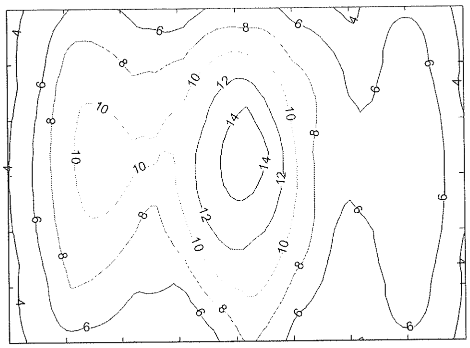


Fig 3.3 contour map

4.12 Comparing Three Cases

Based on the above discussion and analysis, we get the analytic best solution in the case of 2 positions and the approximate best solution in the case of 3 or 4 positions. We present the parameters of each case in the Table 3.

Table 3

Case	The Nunber of Positions	P_{min}(m/h)	P_{max}(m/h)	$\bar{P}$(m/h)	C	t(h)	γ
I	1	0.97	7.50	4.74	0.65	41	63.20%
II	2	2.61	7.50	5.47	0.76	23	48.66%
III	3	2.97	15.00	7.94	0.72	27	52.94%

From the above table, we can obtain that in case Ⅱ,

- the time t required to irrigate the field is minimum;
- the uniformity coefficient of sprinkler irrigationis C is maximum;
- what's more, the range of applicant rate is(P_{max}-P_{min})=7.5-2.61=4.89,which is the smallest of the three cases.

All the above three items encourage us to select case Ⅱ as the best case.

Of course, it is obvious that the value γ of the case Ⅱ is minimum, that is, the loss of the water is the

maximum. This discourages us to select case Ⅱ as the best case. But the difference of γ between case Ⅱ and case Ⅲ is very small (52.94%-48.66%=4.28%). Besides, although the value γ of case Ⅰ is larger than case Ⅱ, but the other parameters of case Ⅰ is worse than case Ⅱ, especially t and P_{min}.

4.13 Irrigation schedule

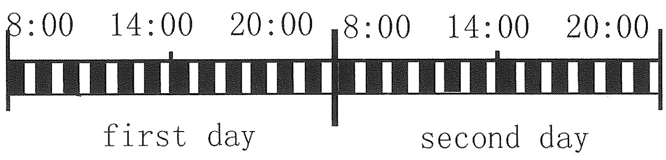
Based on the above analysis, we select case Ⅱ as the best case at last. Now we can determine the schedule of the irrigation on the base of case Ⅱ.

As is discussed above, the last time that a sprinkler works during is about 42min. To make the convenience of the rancher, we set the time to be 40min and we can work an additional hour to make up of the time. Thus, t=23+1=24h. We reckon that the rancher can move the pipe set at 20min.

Assume that the rancher start to work at 8:00am and end to work at 20:00(8:00pm). The schedule is

The First Dsy		The Second Dsy	
8:00--8:40	The sprinklers work	8:00--8:40	The sprinklers work
8:40--9:00	The sprinklers pause	8:40--9:00	The sprinklers pause
……		……	
14:00	Moving the pipe set	14:00	Moving the pipe set
……		……	
19:00--19:40	The sprinklers work	19:00--19:40	The sprinklers work
19:40	End of the first day	19:40	End of the first day

The visual schedule time is shown as follows:



Blank means the sprinklers work 40min, White means the sprinklers pause 20min.

Of course, the rancher don't want do so much work in some day, he/she can reduce the time to work every day, but he/she will remainder some work to do in the third day. The time can be scheduled by the rancher, only if the amount time in four days is 24h.

5 Strengths and Weaknesses of the Model(omitted)

6 References(omitted)

含参变量广义积分一致收敛的两个判别法

03 数基　王怡然

含参变量广义积分中的Abel与Dirichlet判别法给出了 $\int fg$形积分一致收敛的两个充分条件。其中g的单调性是必需的。本文通过引入一致保号的概念后，在原判别法基础上给出了另两个充分条件。可视为 Able 与 Dirichlet 判别法的变形。文中不乏错误和不足，望指正。

定义：$I\subset R$，函数$f(x,u)$定义于$[a,+\infty]\times I$. 如果对于任意的$u\in I$，存在一个与u无关的$A_0\geqslant a$，当$x>A_0$时，函数$f(x,u)$不变号，则称函数$f(x,u)$关于u当$x\to+\infty$时是一致保号的。

以上是对$x\to+\infty$过程中f一致保号性的定义，不难定义x其它过程中f的一致保号性。特别的，对$f(x)$而言，一致保号性相当于$f(x)$不变号。

现在我们证明下面的：

定理：(判别法 1) $[a,+\infty)\times[\alpha,\beta]$上的连续函数$f,g$如果满足：

1° 积分 $\int_a^{+\infty}f(x,u)dx$ 关于$u\in[\alpha,\beta]$一致收敛，且$f(x,u)$关于u当$x\to+\infty$时一致保号；

2° $g(x,u)$关于u一致有界。

那么积分 $\int_a^{+\infty}f(x,u)g(x,u)dx$ 在$[\alpha,\beta]$上一致收敛。

定理：(判别法 2) $[a,+\infty)\times[\alpha,\beta]$上的连续函数$f,g$如果满足：

1° 当$A\to+\infty$时，积分 $\int_a^{A}f(x,u)dx$ 对$u\in[\alpha,\beta]$一致有界，且$f(x,u)$关于u当$x\to+\infty$时一致保号；

2° $g(x,u)$关于u一致地趋于 0（当$x\to+\infty$时）.

那么积分 $\int_a^{+\infty}f(x,u)g(x,u)dx$ 在$[\alpha,\beta]$上一致收敛.

证明：我们只证明判别法 1

由条件 2°，$\forall(x,u)\in[a,+\infty)\times[\alpha,\beta],\exists M>0$ 使$|g(x,u)|\leq M$

由积分 $\int_a^{+\infty}f(x,u)dx$ 关于$u\in[\alpha,\beta]$的一致收敛性，$\forall\dfrac{\varepsilon}{M}>0,\exists A_0>0$，当$A',A''>A_0$时，有$\left|\int_{A'}^{A''}f(x,u)dx\right|<\dfrac{\varepsilon}{M}$

再由$f(x,u)$的一致保号性，$\exists A_1\geq a$，当$x>A_1$时，$f(x,u)$不变号，对任意$u\in[\alpha,\beta]$成立.

因此，当$A',A''>\max\{A_0,A_1\}$时，$\forall u\in[\alpha,\beta]$，$\exists\xi_u\in[A',A'']$使得：

$$
\begin{aligned}
\left|\int_{A'}^{A''} f(x,u)g(x,u)dx\right| &= \left|g(\xi_u,u)\int_{A'}^{A''} f(x,u)dx\right| \quad \text{（积分中值公式）} \\
&\le M\left|\int_{A'}^{A''} f(x,u)dx\right| \\
&< \varepsilon
\end{aligned}
$$

再由 Cauchy 收敛原理可知 $\int_a^{+\infty} f(x,u)g(x,u)dx$ 是一致收敛的，证毕.

与 Abel 判别法和 Dirichlet 判别法相比，文中的判别法减弱了对的要求（不用单调），而加强了对 f 的要求（一致保号），并要求 f 与 g 的连续性。至于这种变化对判别效率的作用就只有待实际检验了。但考虑到绝对一致收敛中绝对值的作用，文中判别法应在判别绝对一致收敛时有较大的作用。

关于凸函数一个定理的证明

04 数基　李小山

定 理： 设 I 是一个有界开区间，f 是 I 上的凸函数，则 f 在 I 上的左、右导数均可积。

证明定理之前先证如下引理

引 理 1： 函数 f 是 I 上的凸函数，当且仅当对任何 $(x_1,x_2)\subset I$ 及任何 $x\in(x_1,x_2)$ 有：

$$\frac{f(x)-f(x_1)}{x-x_1}\le\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\le\frac{f(x_2)-f(x)}{x_2-x} \tag{1}$$

证 明： 有恒等式

$$x=\frac{x_2-x}{x_2-x_1}x_1+\frac{x-x_1}{x_2-x_1}x_2 \tag{2}$$

当 $x\in(x_1,x_2)$ 时，有 $\lambda_1=\dfrac{x_2-x}{x_2-x_1}>0,\ \lambda_2=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}>0$

且 $\lambda_1+\lambda_2=1$，由的凸性可知

$$f(x)=f(\lambda_1x_1+\lambda_2x_2)\le\lambda_1f(x_1)+\lambda_2f(x_2) \tag{3}$$

将 $f(x)$ 改写为 $f(x)=\lambda_1f(x)+\lambda_2f(x)$

代入（3）得到 $\lambda_1(f(x)-f(x_1))\le\lambda_2(f(x_2)-f(x))$ （4）

$\lambda_1+\lambda_2$ 代入（4）整理得到：$\dfrac{f(x)-f(x_1)}{x-x_1}\le\dfrac{f(x_2)-f(x)}{x_2-x}$

马上得到：$\dfrac{f(x)-f(x_1)}{x-x_1}\le\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\le\dfrac{f(x_2)-f(x)}{x_2-x}$

任取一点 x_0 后我们可得到

引理2 f 在 x_0 有递增的左右导数。

证 明： 令 $g(x)=\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$，任取 $x_1,x_2\in I$，且 $x_1<x_2<x_0$，由引理1知

$$\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}\le\frac{f(x_2)-f(x_0)}{x_2-x_0}$$

由此可知：g(*x*)在(a,x_0)上为一个递增函数，取定 $x^*\in I$，且 $x^*>x_0$

对任意 $x\in(a,x_0)$，都有 $\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\le\dfrac{f(x^*)-f(x_0)}{x^*-x_0}$.

故 g(*x*)在(a,x_0)为一个递增且有界的函数，从而必有上确界，记为 A.

则对任意 $x\in(a,x_0)$，都有 g(*x*)≤ A.

对任意 ε>0，存在 $x\in(a,x_0)$ 使得 $g(x')>A-\varepsilon$.

令 $b=x_0-x'$，对任意 $x\in(x_0-b,x_0+b)$ 有

$$A-\varepsilon<g(x)\le A$$

即：$\lim\limits_{x\to x_0^-}g(x)$ 存在，也就是 $\lim\limits_{x\to x_0^-}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ 存在。

故 $f'_-(x_0)$ 存在。

又因为对任意 $x<x_0<x'_0$ 有 $\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\le\dfrac{f(x)-f(x'_0)}{x-x'_0}$

那么： $f'_-(x_0)\le f'_-(x'_0)$

即：$f'_-(x)$ 递增，同理可证：$f'_+(x)$ 存在且递增。

引理3 设 f 是区间(a,b)上的递增（递减）函数，则 f 的间断点是跳跃间断点，且是至多可数的。

证 明：依照证明引理2同样的方法可证得 $f(x)$ 与 $f(x^+)$ 存在且对任意 $x\in(a,b)$

$f(x^-)\le f(x)\le f(x^+)$，任取 $x\in(a,b)$，若 $f(x^-)=f(x^+)$，则在处连续.

只有当 $f(x^+) > f(x^-)$ 时，f以 x 为跳跃间断点，所以说在f上(a,b)只有跳跃间断点类型，下证，f 的跳跃点集是至多可数的。为此，设 E 表示f 在(a,b)上间断点的全体，任取 $x \in E$，有 $f(x^-) < f(x^+)$

在开区间$(f(x^-), f(x^+))$任取一个有理数记为$r(x)$，当 $x_1,x_2 \in$ E，且 $x_1<x_2$

可推出 $f(x_1^+) < f(x_2^-)$，故 $r(x_1) < r(x_2)$

可以利用 $x \to r(x)$ 的对应关系，将 E 与有理数的一个子集建立一一对应关系

由于后者是至多可数的，所以 E 是至多可数的。

故在(a,b)上的递增函数f的间断点是至多可数的。

由引理 2 与引理 3 知：$f'_-(x)$ 与 $f'_+(x)$ 的间断点是至多可数的。

由于可数集是一个零测集，则由 Lebesgue 定理可知：

$f'_-(x)$ 与 $f'_+(x)$ 在(a,b)上是可积的。

再 议 凸 函 数

05 数基 戴力鹏

命 题： 若函数f为$(-\infty,+\infty)$ 上的凸函数，且有上界，那么$f(x)$必为常数。

反证法 若$\exists\ x_1 < x_2 \quad s.t \quad f(x_1) < f(x_2)$

设 $\quad x_2 = x_1 + \Delta x \quad \dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2 - x_1} = A \quad \Delta x > 0 \quad A > 0$

$$\Rightarrow A = \frac{f(x_1+\Delta x)-f(x_1)}{\Delta x} \le \frac{f(x_1+2\Delta x)-f(x_1+\Delta x)}{\Delta x}$$

$$\le \mathrm{L} \ \le \frac{f(x_1+n\Delta x)-f(x_1+(n-1)\Delta x)}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow A\Delta x \le f(x_1+\Delta x)-f(x_1) \le \mathrm{L} \ \le f(x_1+n\Delta x)-f(x_1+(n-1)\Delta x)$$

$$\Rightarrow nA\Delta x \le f(x_1+n\Delta x)-f(x_1)$$

$$\Rightarrow nA\Delta x + f(x_1) \le f(x_1+n\Delta x)$$ 这与有上界矛盾.

若 $\exists\, x_1 < x_2 \quad s.t \quad f(x_1) > f(x_2)$

设 $x_1 = x_2 - \Delta x \quad \dfrac{f(x_2-\Delta x)-f(x_2)}{(x_2-\Delta x)-x_2} = A \quad \therefore\ \Delta x > 0 \quad A < 0$

$$\Rightarrow \frac{f(x_2-n\Delta x)-f(x_2-(n-1)\Delta x)}{-\Delta x} \le L \ \le \frac{f(x_2-2\Delta x)-f(x_2-\Delta x)}{-\Delta x}$$

$$\le \frac{f(x_2-\Delta x)-f(x_2)}{-\Delta x} = A < 0$$

$$\Rightarrow f(x_2-n\Delta x)-f(x_2-(n-1)\Delta x) \ge L \ \ge f(x_2-\Delta x)-f(x_2) \ge -\Delta x g A > 0$$

$f(x_2-n\Delta x)-f(x_2) \ge -n\Delta x A$ 这与有上界矛盾

综上 $\forall\, x_1 < x_2$ 都有 $f(x_1) = f(x_2)$ $f(x)$ 为常数函数。

动态时空

一. 第三届数学文化节从05年11月开始，历时一个月，举办了讲座，趣味数学竞赛等活动，最后圆满落幕。

二. 现为中国航天员中心主任、研究员、博士生导师，中国载人航天工程航天员系统总指挥，总设计师，武汉大学数学系82届毕业的杰出校友陈善广教授，为我院师生做报告引起强烈反响。

三. 第六届“东亚偏微分方程会议”于2006年5月15日至19日在武汉大学成功召开。

四. 经过推选，新一届基地联谊会成员名单如下：

理事长： 魏 博（03基地）

秘书长： 陈晓艺（03基地）

副理事长：朱 杰 郑 燕 张 驰 （04基地）

理 事： 王 超 潘 宇（03基地）

莫兴波 梅昱菡（04基地）

席 栋 谢大军 谢 玲 宋 娜（05基地）

五. 由05基地班主办的《数学之旅》成功出版第五期。

六. 由院牵线，基地联谊会联络，06年暑期基地小分队将赴中国航天城参观。

记恩师——涂振汉

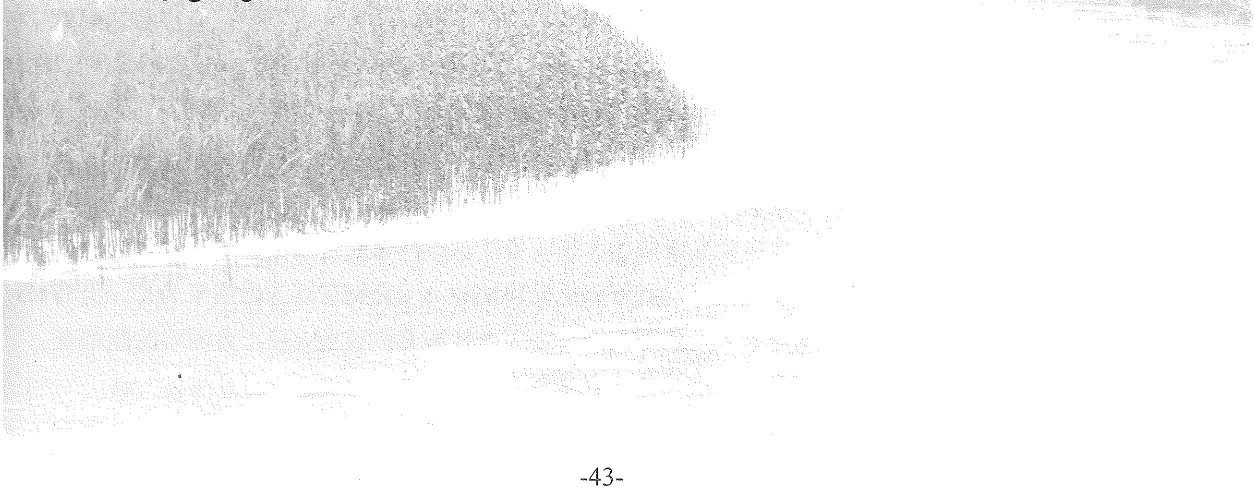
02基地 朱朗峰

说到涂老师，大三大四的同学一定不会陌生，因为他每年都给全院的同学讲授复变函数。涂老师给我们02基地班还开过另一门课——多复分析，所以我对涂老师的印象很深。

我觉得涂老师讲课很有特色。他讲的普通话，声音很清晰，语速虽然不快，但表达的意思十分到位，可以说是恰到好处。有些时候，大家会遇到一些不易吃透的知识点，涂老师经常以清楚的表达，形象的举例一语道破天机，使我们恍然大悟，顿时豁然开朗。涂老师讲课也很有道理，在黑板上的板书一排一排的，整整齐齐，我从中似乎体会到了数学的一种美感。

涂老师有很多方面确实值得学生尊敬。在我的印象中，涂老师总是提前十几分钟进入教室。为了让学生更好地接受知识，涂老师常常利用提前的这些时间和下课的时间向我们询问学习的情况，以便在讲课中作一些调整。有时为了给我们这些数学世界中的小娃娃讲清楚一些较深的东西，比如多复分析，涂老师可是在备课时花了不少时间。还有一点大家也许永远不会忘记，那就是涂老师在上课的时候很强调纪律，以致后来就算不提起纪律，班上也安安静静，这样做对学好知识确实很有好处，只要把考试成绩拿出来看看就知道了。

在大三的时候能听到涂老师的授课，我感到非常的荣幸，对我影响也至深，以致我后来选择了多复变与复几何作为今后的学习方向，在这里我献上真诚的感谢！



为人师表
——记老涂

03基地 胡雪

排版时发现朱朗峰言简意赅，把对涂老师的敬爱都浓缩在了为数不多的字里行间，而一页纸还有一大部分，于是我也决定写一些关于老涂的文字。如果你仔细观察我排的标题，“涂振汉”三个字用的是方正姚体，瘦瘦高高，方方正正的字体，像北京方方正正的古街，因为涂老师就是这样的形象，瘦高个，国字方形脸，好穿黑色的衣服，用白帆布的手提包，骑自行车上下班。

老涂其实并不老，而且还很年轻，按照《中国青年》的标准，是可以算在青年的行列中的，可是不知怎么的，我们就喜欢叫他老涂，或许是因为老涂平时对学生过于严格要求，我们在没有听他的话的时候，事后总会产生“不听老人言，吃亏在眼前”的后悔之情吧！

很喜欢上涂老师的复变课，他总会将一些很难的知识点讲得深入浅出，省的是学生的力，但涂老师是真的很严格的，上课不能讲话，不能瞌睡，不能表现出没有兴趣的样子。刚开始我很不适应这种教学方式，习惯以后竟然发现自己的自控力增强了不少。

三上上了一学期的复变，那时每周一一二节课与三四节课之间，就会看见一群人在教三至理学部的樱花大道上比赛赛跑，对，那都是我们班的同学，大家的共同目标只有一个——复变课占座。那景象你没看到，蔚为大观！

这学期上老涂的多复变，老涂刚开课时就说我们班同学加上其他班选修的同学加上研究生，最后大约只有20位同学能坚持下来，果不其然，到了最后，坚持者寥寥。多复变这门课的确有一定的难度，但通过老涂的讲解，我觉得很有趣，以至于有时做多复变，周四在寝室一做便连做10个小时，不仅不觉得累，反而觉得很过瘾。

老涂对学生是很舍得的，多复变是一门现代数学，没有教材，我们用的教材是老涂自己写的讲义，每开始新的一个章节前，他都会将讲义打印好，装订整齐，然后发给我们。他常常自诩他写的讲义是国内写得最清楚最详细的，我们就在下面笑，不过这是实话。

老涂布置作业也有自己的特点，基本上是学号单双号轮交，或者模3余数相同的交，但你一定不要以为这是不变的原则，老涂诡得很的，但这也是为了对付那些不做作业的同学，有一次我想着这一次不该我交作业吧，于是没写，当老涂说要交作业时，天，我终于体会到什么叫芒刺在背，坐立不安了，后来便再也不敢拖欠老涂的作业了。另外，老涂点人上黑板做题也是一大恐怖事件，如果他点你上去，但是你没做出来，他号称是要罚站的，一直到有别人做出来为止，但其实没那么恐怖了，老涂这样说也是希望大家都能好好地完成他布置的作业，真正太困难的题都是他自己解决的。我亲身经历接连两天被老涂拉上黑板做题，都不会，惭愧惭愧。

老涂喜欢和学生聊天，也喜欢在下课时给我们讲关于数学和数学家的故事，他有一次毫不讳

言地对我们说："基地班是为了培养大学教授的。"此言一出，竟然导致我们全班开展了大讨论"要不要背叛数学？要不要背叛基础数学？要不要当大学教授？"我知道，虽然我们现在还不能很肯定地回答这些问题，但时间会给出最好的答案。

哦，版面超了，嗯，那就结尾吧，最后以老涂的名言结束我写的文字，这也是我们班肖同学的QQ签名："有些同学在武大学多复变，有些同学去中科院学多复变，有些同学去法国学多复变，有些同学去美国学多复变……"

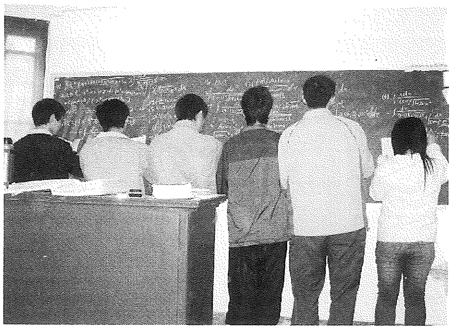
编者按：樱花开了又谢，走过这一年，我们又长大了一些，我们的基地班又茁壮了一些，这一年到底我们付出了多少，又收获了多少，个人自知。很高兴很欣慰的是，基地学子总是在孜孜不倦地追求着，02基地被评为国家先进班集体，湖北省先进班集体，03基地获得了校红旗团支部，校优秀班集体的称号，相信在未来的日子里，基地班会做得更好。

珞珈新人展新颜 雏凤清于老凤声

——05基地班级展示

一年，不算长，亦不短。一年，可以让人看到些什么，又得到些什么？

不管你的答案是怎样的，这一年，我看到了最团结最积极的集体，而这同时，得到了对它最真诚的爱。



学习篇——

我们是一群热爱学习的人，学习是本质，玩乐只是表象而已。

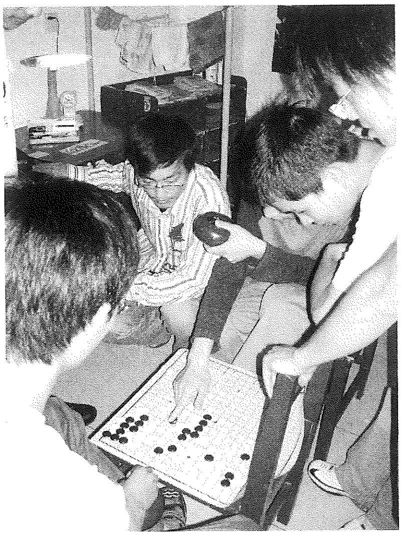
毋庸置疑，老杜手下的学生在经历他老人家的谆谆教诲后，哪一个不骁勇善战？请看右面这张照片，你能看得清是哪些猛士吗？

生活篇——

生活中的我们，是一群兴趣广泛的人，我们也下棋，在谈笑风生中纵横人生；我们也打球，在金戈铁马中收获友谊；我们也唱歌，在余音绕梁时陶冶情操。

Look，下面这张照片，旁观者面相凝重，可对弈者实则相当轻松，但轻松并不代表没有杀气。由此，我们学到，棋如人生，人生如棋，一招不慎，满盘皆输。

嗯，我们是热爱生活的人，生活无时无刻不在教会我们道理，我们，即使是在生活，也是在



学习。

活动篇——

学生会里有我们的影子，社团里有我们的影子，周末梅园小操场放露天电影时有我们的影子，各个报告厅的讲座中有我们的影子，学习的同时，我们的活动丰富多彩。其中最值得一提的当然是我们班举行的一次主题团会——“青春，爱国，奉献——我想对祖国说”签名活动。

我对祖国说:国人当自强，祖国有希望。

我对祖国说:为中华民族的伟大复兴而奋斗！

我对祖国说:祖国，我将用一生捍卫您的尊严。

我对祖国说:振兴中华——我的责任！

我对祖国说:……

说出你对祖国的期望，

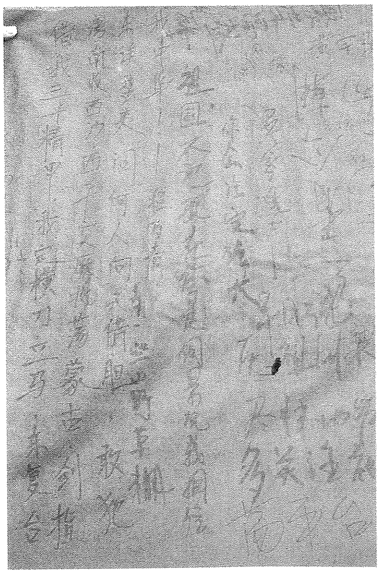
说出你对祖国的承诺，

说出你对祖国的爱……

让我们展现我们的团结，让我们表达对祖国的热爱！

未来篇——

这样的集体，这样的同学们，叫你如何不深深地爱上他们，也坚信，他们的未来势必辉煌！



日就月将　径情直遂

——04 基地班级展示

这是一个团结向上的集体，很会学，同时也很会玩。

学习篇——

1.邀请齐民友教授讲解“卫星轨道中的数学问题”。

2.邀请谢进老师开 MATLAB 数学实验课。

3.为了适应学习要求,我们班同学自己组织开展了学习讨论班。

活动篇——

1.金秋艺术节

在2004年十月举行的金秋艺术节健美操大赛中，我班同学李军、莫兴波、刘攀参加比赛。在金秋艺术节合唱比赛中，我班欧阳光、邵成应、王坤、梅昱菡、邓乐威、张敏、闫冬、蔡春浩等同学参加合唱为学院获奖作出巨大贡献。

2.基地班乒乓球联谊赛

我班石跃勇、闫冬、蔡春浩、刘坤龙等同学取得很好成绩。

3.潇潇杯羽毛球赛荣获全院第三名

4.春游森林公园、木兰天池，秋游落雁岛。

5.“5.25 大学生心理健康周”活动之心理知识讲座

6.庆祝抗日战争暨反法西斯战争胜利 60 周年歌咏晚会

7.主题班团会：增强意识，奉献社会。

①对罗田小学捐款，捐款额达一百九十余元。

②有关抗日与民族热情主题班团会，同学们参与积极，针对当时抵制日货等情况展开热烈讨论。

③有关班级学风建设的班团会，邀请班导师参加，会议中大家积极踊跃发言，收效甚好。

④ 2005 年 9 月班级团委会组织中秋晚会。

⑤ 2005 年 5 月班级团委会组织与 04 级数理金融篮球联谊赛。

⑥ 2005 年 4 月班级团委会组织与 03 级统计篮球联谊赛。

⑦ 2005 年 10 月班级团委会组织与 05 级数学基地班篮球联谊赛。

⑧ 2005 年 11 月班级团委会组织班级羽毛球赛。

⑨ 2005 年 4 月班级团委会组织班级键球比赛。

未来篇——

日就月将，径情直遂，相信天道酬勤，我们的精彩生活还在继续……

剑气萧心　梦中盛唐

——03 基地班级展示

又是一个绿意盎然的暖春。广场的草坪恬静地躺在淡暖的阳光中，珞珈的新叶悄悄舒展在和沐的春风里。数学与统计学院2003级数学基地班，迈着年轻健美的步伐，在珞珈的第三个春季里，走向美丽，走向成熟。

两年来，我们 03 数基人充满了理想与激情，充满了成功的喜悦，也充满了失败的沮丧。

巨星风采——

魏博：数学与统计学院学生会主席，武汉大学校优秀学生干部，武汉大学优秀暑期社会实践先进个人。

王峰：中共党员。数学与统计学院分团委学生会团委副书记，武汉大学学生团委副书记联席会成员，武汉大学优秀学生干部。

熊齐文：数学与统计院学生会副主席，校勤工助学先进个人，武汉大学优秀暑期社会实践先

进个人。

胡雪：数学与统计学院分团委学生会学习部部长，院刊《珞珈数学》主编，校数模协会学术部部长，武汉大学校优秀学生干部。

我是第一——

我们总是渴望胜利，渴望第一。我们用我们的努力来争取，来实现渴望。

成绩展示栏

◆ 2004-2005学年度全班必修课挂科率仅3.6%，上学期公共必修课及下学期专业必修课挂科率为0。

◆ 全班英语四级通过率100%，六级通过率达到90%。

◆ 全班有六人参加2005年全国大学生数学建模竞赛湖北赛区的比赛，其中省一等奖有两支，省二等奖两支。

◆ 我班有两人参加ACM大赛，其中唐祖祁作为校一队队长率队参加国际大学生程序设计竞赛亚洲区决赛（成都赛区），即将参加杭州赛区的决赛，为学校赢得了荣誉。

◆ 魏博和丁洋两人参加湖北省英语翻译大赛并获三等奖。

◆ 在校学习竞赛高等数学竞赛中我班共计六人获奖。

路在脚下

★ 我班唐德君和刘豫宁两名同学已被提前保送本院研究生。

★ 张浩、丁洋、李松子、肖心立等多名同学参加了TOFEL和GRE考试，并取得了优异的成绩，准备出国继续深造。

★ 65%的同学将被保送继续攻读研究生。

★ 十位同学正在修双学位课程，为未来开拓出一片更广阔的天地。

我们是一群兴趣广泛的人，我们热爱学习，我们也热爱体育，热爱艺术，我们从来都把全面发展作为成才的目标。

冠而咏——

● 潘宇在校运会中长跑项目中一马当先，800米第二，1500米第三……肖心立在跳远中也是捷报频传，先后获得过第八和第十的好成绩。

● 在院篮球赛、足球赛中，我班多次获得冠军。

● 我班共有18人次参加学校金秋艺术节合唱、舞蹈大赛以及校反法西斯合唱比赛。

● 院合唱队有我班9位同学，舞蹈队有我班4位同学。

● 丁洋的长笛已过业余八级，张亦鸣的小提琴，唐德君的笛子，王怡然的箫实力都不容小觑。

我们的活动丰富多彩，像去森林公园野餐，去落雁岛秋游，圣诞节班级聚餐，庆中秋卡拉OK晚会等等，这些活动丰富了我们的生活，极大地促进了同学之间的交流。

你一定会不解，如此优异的成绩，如此丰富的生活，我们是怎么做到的呢？

红色风暴——

团支书潘宇不忘对同学思想状况的关心的和意识形态的把握，使我班成为一个有组织有纪律的充满战斗力的团体。

我班近80%的同学都参加了党校的学习，并且成绩突出，囊括第六及第七届党校考试成绩第一名。我班现有六名中共正式党员，十名中共预备党员，绝大多数同学都愿接受党的考验，积极入党。

心系社会　情满珞珈——

03数基的同学在积极上进和为学院赢得荣誉的同时，对国家和社会的问题也是表现出了深切的人文关怀和社会责任感。

熊齐文同学以身作则，率领有我班4人参加的贵州支教小分队，深入山区支援教育。回到学校又多次举办图片展，并举行了募捐。熊齐文同学及贵州支教分队的感人事迹得到了武汉晚报，贵州日报及未来网，数韵的大力报道。

我班王超同学和新闻院资环院法学院哲学院计算机学院的六个同学一起去湖北监利考查农村税费改革问题，历时7天，做调查问卷，宣传党的政策，拜访了当地政府和当地新闻机构，获校优秀暑期社会实践三等奖。

明天的朝阳——

我们骄傲，因为我们优秀。两年来，我们取得了极其优异的成绩，我们用奋斗换来奖励，用拼搏获得荣誉，用汗水博得认可的掌声，但这一切的成绩和荣誉，都属于昨天，属于那段已擦肩而过的岁月。

我们前面的路还很长，不能总如风一般的飞扬，但可若山一样的巍峨。无论前途是否坎坷，我们将一如既往的坚持阳光般的风采，在珞珈的青涩朝阳中，走向更好的明天。

抟扶摇而上九万里

——02基地班级展示

我们的大家庭——

珞珈山麓，东湖之滨，在武汉大学山青水秀，人杰地灵的美丽校园里，有这样一个温馨快乐的家庭，39个兄弟姐妹朝气蓬勃、聪明勤奋，这就是我们——武汉大学数学与统计学院2002级数学基地班。

作为国家基础科学人才培养基地，我们有政治坚定、以身作则的领导核心，有积极向上、文明健康的班风，有拼搏不息、求实创新的学风，有团结友爱、互勉互助的精神；我们屡屡获得各种学习竞赛的奖项，各种文体活动的胜利，还有省优秀班集体的殊荣。三年多来，我们硕果累累：

我们班共有党员27人，超过全班总人数69%；

共有推荐免试研究生26人，占全班总人数66.7%：

四级通过率100%，六级通过率84.3%；

全国大学生数学建模竞赛共有4人次获得国家一等奖，3人次国家二等奖；

校高等数学学科竞赛共有8人次获一等奖，4人次二等奖；

……

携手走过，我们忘记了伏案苦读的疲惫，只留下不断进步的丝丝安慰；告别了初来乍到的稚气，锻炼出日趋成熟的丰满羽翼。“智慧，博学，求实，向上”是我们的班训，我们每一个人都有着鲜明的特色与个性，有着不俗的理想与追求，又因为这样一个响亮的名字而凝聚在一起，成为一个永远充满了欢声笑语、永远团结和睦、不骄不躁、勤奋不倦，永远力争上游的班集体。

党建工作——

数学基地班党支部目前就建在我们班上，我班现有正式党员10名，预备党员17名，党员人数所占比例高达69%，参加党校学习者比例达79%，几乎全部同学都递交过入党申请书。如此高比例的党员人数为我们党支部的建设和活动提供了良好的条件，特色党会、团会、班会层出不穷。

刚进校的时候，学院便实行高年级党员下班制度，由高年级的优秀党员到我班来辅导同学们的学习、帮助解决同学生活中存在的问题。从那时起先进党员的形象和素质就在我们心中留下了深刻的印象，当时我们大家心中就有一个共同的愿望：一定要加入中国共产党这一个光荣的组织，

与优秀的人为伍，做一名先进的大学生。班干与团干更意识到了这一点，三年来的三届班委会都十分重视提高同学们思想政治素质，明确大家的入党动机。同学们思想上有困惑的时候，我们开过以“真心话”为主题的班会，大家畅所欲言，开诚布公地谈出心里的想法，在互相交流中解除内心的困惑，明确前进的方向，真正做到了“见贤思齐，见不贤而内自省”；邓小平诞辰一百周年的时候，在学校组织的“理论之光照耀我成长”演讲比赛中，我们班的郭灵祺同学有感而发，言其肺腑之言，获得了全院的三等奖；

正是在这样一个政治坚定、以身作则、与同学们积极沟通、密切交流的班级领导核心的带领下，在这样一个先进向上的班级氛围之中，同学们都意识到自己作为一个当代大学生的责任，一个优秀团员、党员应该具有的素质。由于同学们的积极表现，入党动机纯正，在大二上学期，我们班逾八成的同学就都递交了入党申请书，并且有5名同学成为了光荣的中国共产党员。是以至今，我们班的党支部能够发展到如此规模，班风学风建设也可以如此成功。

积极向上 —— 良好班风

班风是一个班级特有的风貌，是班级绝大多数学生言论、行动的精神状态的共同倾向或表现。良好的班风是形成勤奋、严谨的优良学风的前提。

1、乐于助人，提倡社会主义道德风范

大学阶段是人一生性格形成的重要时期。正所谓“近朱者赤、近墨者黑”，这个时期要是沾染了不良的习气，将对自己的一生产生极为恶劣的影响。三年来，我们班的班委们通过开座谈会、辩论会，组织大家看宣传片等形式大力提倡社会主义道德风尚，宣传好人好事，坚决同坏人坏事做斗争。这对于提高全班同学的道德修养，树立优良的班风，产生了积极的作用。

在“助盲”活动中，我班同学每个周末到盲人周顺家里，为他无偿读书、补习，风雨无阻达半年之久；在得知一位师姐身患白血病而家境贫寒的时候，我们班带头给她捐款治病；在“非典”时期，也有我们的同学自愿参加“向白衣天使致敬”的活动……在大环境的熏陶下，我们班的绝大

部分同学即使在没人注意的时候，仍然能以较高的道德标准来约束自己。正因为如此，我们班已形成了一种“好学、朴实、正直”的班风。

2、团结友爱，增强班级凝聚力

凝聚力是一个集体的灵魂，改善同学的关系，使大家产生归属感，是增强集体凝聚力的重要途径。我们通过开展丰富多彩的课外活动，不定期召开小组座谈会等交流活动，改善男女生之间，宿舍之间以及同宿舍之间同学的关系。在我们班流行着这样的惯例：无论哪位同学过生日，同宿舍的同学肯定会送礼物并说声“生日快乐”。我们也会定期开班会，为本月过生日的所有同学买生日蛋糕，全班同学一起给他们庆祝生日。我们来自五湖四海，有些同学甚至是离家千里迢迢，但不论离家远近，不论是南方人还是北方人，在这里都能够找到家的感觉。全班同学都忘不了在元旦晚会上唱的那首歌：“因为我们是一家人，相亲相爱的一家人，有缘才能相聚，有心才会珍惜……”那时大家都是用心在唱，因为这种家的感觉确实激起了大家的共鸣。

3、以身作则，树立良好班集体形象

一个班集体也有自己的形象，良好的班级形象能增加同学们的归属感和集体的荣辱感。几年来，我们班一直是以“团结友爱、勤奋踏实、青春活力、积极进取”的形象出现在大家的面前。首先，我们注重班级的形象宣传，每搞完一次重大的活动，如院运动会或春游，我们班都要出海报和板报进行宣传。其次，我们大力提倡“以身作则，人人为班级争光”，在班会上批评那些有损班级名誉的事情。更注重奖励为班级争光的同学。到目前为止，我们班更是以无一人违反校纪校规而在全院的同学中得到广泛的好评。

4、崇尚科学，反对迷信

在科学技术迅猛发展的今天，以“法轮功”为代表的一批邪教迷信组织还侵蚀着人们的灵魂，使不少人精神涣散、意志消沉，而这些人中就不乏一直接受科学教育的当代大学生。我们班班委正是清楚地认识到这一点，于是借“保持党员先进性教育活动”的机会，与党支部合作开展了以“崇尚科学，反对迷信”为主题的讨论会，对同学们进行了思想教育。通过这次讨论会，我们班同学更加清楚的认识到了我们必须树立唯物主义世界观，崇尚科学，努力创新，时刻保持清醒的头脑，坚决同各种迷信和伪科学作斗争，还要以极积的心态面对优胜劣汰,面对学习生活中遇到的困难，面对成功与失败。

学在武大——学习与科研活动

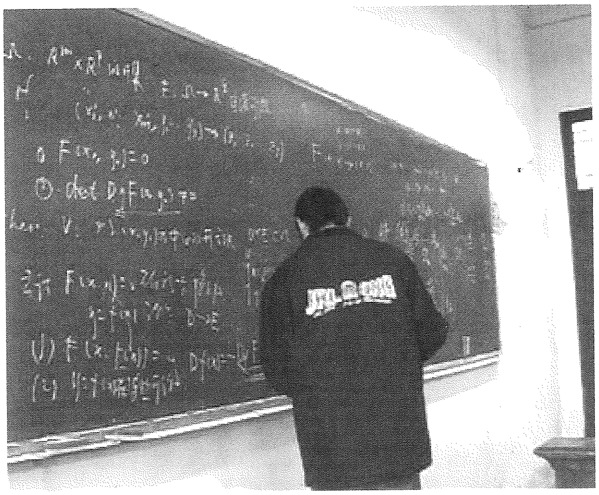
学习始终是我们生活的主旋律。从2002年进入大学以来，在学习方面我们班有一个集体承

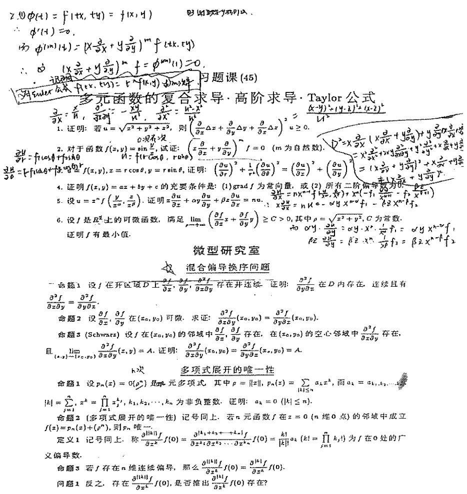
诺：决不让一个人落后！全班39位同学都达成了这样的共识——“学习是学生的天职”,因此我们每个人都不敢在自己的学业上有一点点的松懈和荒废。

成绩展示栏

★ 三年多来，我们班已形成了良好的学习风气：一是刻苦勤奋的风气，每天晚上教室里,阅览室总是有许多我们班级同学的身影；二是互相学习的风气，班级成立了各种学习兴趣小组,如“英语角”和讨论班，同学演讲习题，再由老师或另外的同学评论等。此外挑选一些学习成绩特别优秀的同学成为骨干成员,帮助和监督大家的学习。

★ 习题课 数学分析的习题课是我们班的一大亮点，我们的习题课都是老师事先打印出来，留几天给我们去想，查阅资料和讨论，然后在课上讲出来。我们的习题课演板率高达99%，几乎每道题都有2个





习题课(45)

多元函数的复合求导 · 高阶求导 · Taylor 公式

1. 证明：若 $u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，则 $\left(\frac{\partial}{\partial x}\Delta x+\frac{\partial}{\partial y}\Delta y+\frac{\partial}{\partial z}\Delta z\right)^2 u \ge 0$.

2. 对于函数 $f(x,y)=\sin\frac{y}{x}$，试证：$\left(x\frac{\partial}{\partial x}+y\frac{\partial}{\partial y}\right)^m f=0$ (m 为自然数).

3. $f(x,y), x=r\cos\theta, y=r\sin\theta$，证明：$\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial u}{\partial \theta}\right)^2=\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$

4. 证明 $f(x,y)=ax+by+c$ 的充要条件是：(1) grad f 为常向量，或 (2) 所有二阶偏导数为0.

5. 设 $u=x^n f\left(\frac{y}{x^\alpha},\frac{z}{x^\beta}\right)$，证明 $x\frac{\partial u}{\partial x}+\alpha y\frac{\partial u}{\partial y}+\beta z\frac{\partial u}{\partial z}=nu$.

6. 设 f 是 R^2 上的可微函数，满足 $\lim\limits_{\rho\to+\infty}\left(\frac{\partial f}{\partial x}x+\frac{\partial f}{\partial y}y\right)\ge C>0$，其中 $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$，C 为常数. 证明 f 有最小值.

微型研究室

混合偏导换序问题

命题1 设 f 在开区域 D 上 $\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y},\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$ 存在并连续. 证明：$\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$ 在 D 内存在，连续且有 $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$.

命题2 设 $\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y}$ 在 (x_0,y_0) 可微. 求证：$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x_0,y_0)=\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(x_0,y_0)$.

命题3 (Schwarz) 设 f 在 (x_0,y_0) 的邻域中 $\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y}$ 存在，在 (x_0,y_0) 的空心邻域中 $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$ 存在，且 $\lim\limits_{(x,y)\to(x_0,y_0)}\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)=A$. 证明：$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x_0,y_0)=\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(x_0,y_0)=A$.

多项式展开的唯一性

命题1 设 $p_n(x)=o(\rho^n)$ 是 n 元多项式，其中 $\rho=\|x\|$，$p_n(x)=\sum\limits_{|k|\le n}a_k x^k$，而 $a_k=a_{k_1,k_2,\cdots,k_n}$，$|k|=\sum\limits_{j=1}^{n}k_j$，$x^k=\prod\limits_{j=1}^{n}x_j^{k_j}$，$k_1,k_2,\cdots,k_n$ 为非负整数. 证明：$a_k=0$ ($|k|\le n$).

命题2 (多项式展开的唯一性) 记号同上. 若 n 元函数 f 在 $x=0$ (n 维0点) 的邻域中成立 $f(x)=p_n(x)+(\rho^n)$，则 p_n 唯一.

定义1 记号同上. 称 $\frac{\partial^{\|k\|}f}{\partial x^k}f(0)=\frac{\partial^{k_1+k_2+\cdots+k_n}f}{\partial x^{k_1}\partial x^{k_2}\cdots\partial x^{k_n}}f(0)=\frac{k!}{|k|!}a_k$ ($k!=\prod\limits_{j=1}^{n}k_j!$) 为 f 在0处的广义偏导数.

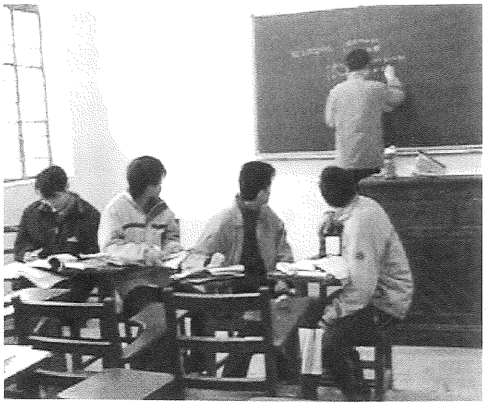
命题3 若 f 存在 n 维连续偏导，那么 $\frac{\partial^{\|k\|}f}{\partial x^k}f(0)=\frac{\partial^{|k|}f}{\partial x^k}f(0)$.

问题1 反之，存在 $\frac{\partial^{\|k\|}f}{\partial x^k}f(0)$，是否推出 $\frac{\partial^{|k|}f}{\partial x^k}f(0)$ 存在？

人上讲台，老师会比较和评点2人的做法。我们习题课里最大的挑战就是每个习题课后面的“微型研究室”，涉及一些更深层次的思考和初具研究味道的内容，我们做过“曲线积分的可加性”，“处处连续处处不可微的函数”，“简单一致收敛与半一致收敛”等等，许多类似值得研究的题目都被我们写成论文收集在我们的班刊《数学之旅》上。

★ 数学辩论赛：我们课堂的形式也不是一成不变的，针对经典教材上一些错误或不当的地方，我们也曾开展过辩论，比如我们就曾经对教材上“隐函数定理”的证明是对是错开过一次辩

论会，大家畅所欲言，老师从旁评点，让我们知道了关于隐函数定理证明的三种方法，也知道了书本上的证明有哪些缺陷。

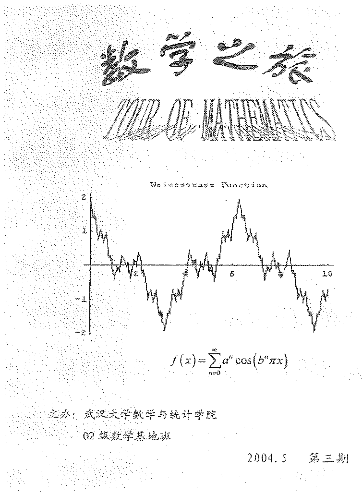


★ 在这种良好的学习氛围下,我们班成绩有了显著提高,不及格率不断地降低，由上年度的3%降低到1%。

★ 在校学科竞赛中，我们班共有8人次获得高等数学一等奖，4人次获得高等数学二等奖，在汉语知识，综合知识，英语，计算机竞赛中也获得不错的成绩，为我们院连续两年取得团体总分第二立下了汗马功劳。

★ 加强专业课理论学习的同时，注重动手能力的锻炼。在全国数学模型竞赛中屡获佳绩，4人次获得国家一等奖，3人次获得国家二等奖，2人次获得省一等奖。我们学院还成立了数学建模俱乐部，会长就是我们班的王辉同学，建模俱乐部也有自己的刊物。

★ 随着专业知识学习的不断深入,我班成立了数学各个分支的讨论班，学有余力的同学还经常参加高年级或者研究生的讨论班，从而使很多同学可以学习到更多数学前沿的知识。



★ 对于平时数学学习中一些值得注意和研究的问题，我们会在任课老师指导下把它们总结成论文，发表在我班自己的学术刊物——《数学之旅》上，另外从内容到版面设计，从打印到印刷的一点一滴都是我们班的主编以及编委共同努力的得以完成的。因此它是我们全班同学智慧的结晶。

★ 我们班同学在基地班联谊会的刊物《珞珈数学》上共发表了9篇，在院报《数韵》上也留有不少我们班同学的笔迹。

★ 我们班同学积极扩大知识面，除了学好专业知识外，还有3人参加经济双学位的学习，3人参加了科研立项，多人参与了英语情景剧竞赛。

★ 通过我们班全体同学刻苦钻研，勇于探索，刻苦拼搏，在大三时，已有两人提前保送到我们学院攻读硕士。今年秋季，一个丰收的季节，我班有3人推荐免试到香港中文大学直博，2人推荐免试到中国科学院直博，1人推荐免试到清华大学直博，2人推荐免试到复旦大学攻读硕士，1人推荐免试到浙江大学攻读硕士，15人推荐免试到武汉大学攻读硕士，推荐免试研究生占总人数的66.7%，此外，有两人正积极联系出国进一步深造，有9人参加考研。永无止境的追求数学真理，已成为我班同学共同奋斗的目标！

社会实践

理论的学习固然重要，实践的经验也必不可少。在基地班联谊会的组织下，2003年，2002级的3名学生参加了题为“三峡库区漂浮物打捞的船只调度问题”的社会实践，最后发表论文一篇，该实践小分队最后还被评为校级优秀实践小分队。2004年，以2002级基地班学生为主体的实践小分队，奔赴十堰二汽，参加了题为“汽车车间零件调配”的社会实践活动，最终完成数学模型论文一篇，用实际行动体现了数学在生产实践活动中的巨大作用。

青春飞扬 —— 文体活动

丰富文艺活动，陶冶艺术情操

我们学校每年11月左右会举办一次大型文艺活动——金秋艺术节，包括舞蹈比赛，合唱比赛、新生辩论赛和新生风采大赛，我们班同学每年都积极地参与其中。经过我班同学和学院兄弟班级同学们不懈的努力，在02年的金秋艺术节上，我们精心编排的舞蹈《醒莲》，以优美的舞姿赢得了全校第六名；在合唱中，我们歌曲《小步舞曲》和《故乡的亲人》，以默契的配合，新颖的载歌载舞获得了二等奖；在新生辩论赛上，我们班一路过关斩将，进入决赛，并获得了第二名的好成绩，我班的范浩同学还获得了最佳辩手的荣誉称号。

发展体育运动，增强身体素质

“身体是革命的本钱”，为了响应学院的号召，提倡体育运动。在基地班联谊会足球开赛之前，我们以寝室为单位，举行了班内足球赛及组织队员每天早晨，下午进行严格的训练，并且请体育老师现场指导训练。功夫不负有心人，终于夺得了第二名的优异成绩。在学院举行篮球赛，排球赛中我们也都取得了不错的成绩。体育课上，我班从无缺席。考核时，全部达到《国家体育标准》，得到了代课老师的肯定和赞扬。

学生会组织过一次校内定向越野比赛，我们学校大而蜿蜒的地势环境比较适合这项比赛的进行，同时也增加了比赛的难度。我们班由十名同学（五名男生，五名女生）组成的参赛队两人一

组，奋力跑完了五段路，并在每一段终点处回答了加试的智力问题，一路上都有我们班的同学加油鼓劲，还有同学骑着自行车负责联络各处。与学院的其它班级比耐力、比智力、比团结，最终我们获得了年级第一名。

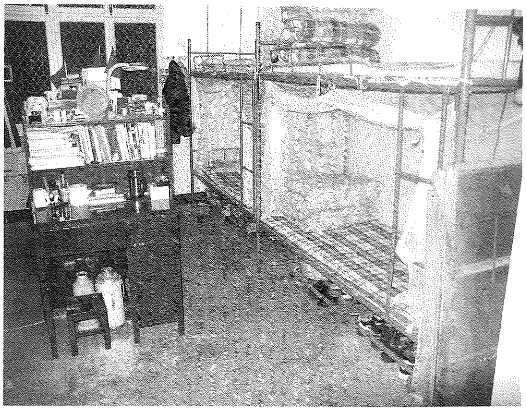
在校田径运动会上，无论是径赛，田赛都有我们基地班队员的影子，哪里有基地班的参赛队员，哪里就有我们的后勤队员，全班39人几乎都参与了进去。记得我班韦菲萍同学参加校运会5000米的比赛时，每一圈都有我们的同学陪跑，最后一圈几乎是全班同学一起陪她冲过了终点。通过了他们的努力拼搏，为我们学院争取到了不少的荣誉。

体育比赛它能体现一个集体的团结和凝聚力。我班正是有着这股团结向上的凝聚力，才使我班在体育方面取得了优异的成绩。

深入开展卫生工作，营造良好学习生活环境

人人都有卫生良好的习惯。我们班有7个学生宿舍，卫生全部达到学院要求，其中有2个宿舍被评为院级“示范寝室”。

在非典时期，我们更是本着“服从学院一切安排，科学防预非典”的原则，班级内部多次组织卫生检查，确保宿舍卫生无死角。同时我们还积极参与了学院举行的抗击“非典”的活动，如羽毛球比赛，“回到孩提时代”趣味运动会，都取得了良好的成绩。另外，我们班内部自行组织了抗击“非典”乒乓球，羽毛球比赛，几乎所有的同学参与了，这不仅让我们可以更好的锻炼了身体，更重要的是，通过这些活动可以进一步加强我们班的凝聚力。



我班还成立了以生活委员带头，寝室长为成员的班级卫生检查小组，对班级的各寝室进行检查，使同学们养成了良好的卫生习惯，使同学们在生活方面更加完美，充分体现了当代大学生的良好卫生状况和生活自理能力。这一切的成绩全部来自于我班同学的共同努力，是我班集体智慧的结晶。

开展特色班级活动，丰富同学课余生活

我们班三年来每个月都利用一次班会为当月过生日的同学举办生日PARTY，从不间断，班会内容丰富多彩，让同学们感受到了家的温暖，友情的可贵，深得大家的喜爱，也在班里营造了一个欢乐，祥和的气氛。

我班还会定期组织一些增进同学友谊的联欢活动，比如每年元旦的聚餐，还有每年举行一次

的春游和秋游：洪山广场的喷泉下，有我们刚入校时的第一次交流，大家互相介绍、互相认识；中山公园的和平广场上，我们大家一起在鸽子中间玩耍，溜冰室里，我们手拉手一起玩得尽兴；磨山的草地，东湖的小船，都记得曾有一群年青人，在那里有过无穷无尽的欢声笑语，那就是我们所留下的足迹……

永远都记得我们班同学一起在寝室包饺子吃的情景，从和面、擀面、拌馅、包饺子到煮饺子都是我们一起完成，饺子一开锅，就被一抢而空，兴奋之情抑于言表，早已忘了包饺子时候的“艰辛”，也忘了拿相机拍下这经典的一幕……

我们怎能忘记

三年多的时间，人生最宝贵的大学生活转瞬即逝。留在脑海里的是一幅幅难忘的画面，一切仿佛就在昨天……

不想说我们班成功的党建、团建，只须看我们班人数众多的优秀合格的共产党员；不想说我们班优良向上的班风，只须看我们在各项活动中共同进退、互相鼓励的身影；不想说我们班的学风严谨，只须看我们晚上10点多还在自习教室奋战的同学、看凝结了我们心血与智慧的学术班刊《数学之旅》；亦不想说我们的同学如何团结友爱，只需听我们“真心话”的班会上同学们的肺腑之言，还有无数次“卧谈会”里的诚心交流……

我们喜悦，因为我们优秀；我们骄傲，因为我们团结；我们幸福，因为我们又拥有了一个家，拥有了39个兄弟姐妹。不需要言语，因为所有的数据，所有的奖状，所有的照片还有留在我们心中的感动已能说明一切……我们用奋斗换来奖励，用拼搏获得荣誉，用汗水博得认可的掌声，我们用39颗热情的心熔铸了我们美好的青春！

俱往矣，成绩和掌声都已过去，但留在心里的那份温暖会保留一生，没有人能用成功或者失败来总结自己的大学，我们只能一步步走着、经历着、欣赏着，沿途都是美丽的风景，我们庆幸有了这样一种成长，这样一帮朋友，这样一个家，陪着自己慢慢地走，细细地品尝所有的酸甜苦辣……

后 记

每每去院楼，都要爬长长的楼道才能到樱顶，在经历了一番辛苦之后，感叹：登顶难！可最近听到的关于数学的登顶事件真多：01基地一位师姐将去数学家心中的天堂——普林斯顿大学攻博；01基地一位师兄在力挫北大清华学生后将去世界代数几何中心继续深造------我的心中有99%的高兴，1%的羡慕。

这样的登顶让人不由自主想起金字塔，于是我对空空说："封面做个金字塔上去吧！"于是大家现在看到的这期《珞珈数学》的封面与以往风格迥然不同。

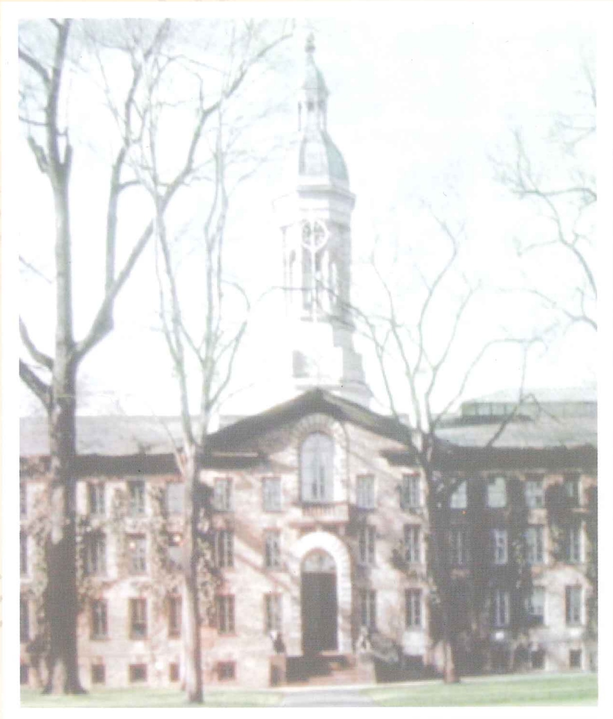
因为我们一直想创新，也一直在创新。在我担任编辑的两年里，从来未曾把它看成一本期刊，而是将它看作一个小婴儿，会呼吸，会运动，一直在跟随我成长。下学期，会有新主人来照料它，但愿它能更加茁壮的成长。

在与这个小生命说再见时，与02级的师兄师姐也要说再见了，因为毕业的骊歌再一次唱响了。

毕业于他们，是旅行的开始；于我们，是梦游的开始。那么，就让我祝他们前程似锦，锦上添花吧，同时也祝我们自己以梦为马，天马行空！

祝所有热爱数学的孩子都幸福。

——Siren



珞珈数学

刊名题词：路可见

名誉顾问：陈 化 尹常倬

指导老师：吴蜀江 黄安云 李 好 周 宁

主　　编：胡 雪

副 主 编：郑 燕

封面设计：陈晓艺

排版设计：武汉新新彩印制版有限责任公司

电　　话：027-82437110